

**Megoldás.** Ha egy  $m$  tömegű,  $M$  moltömegű gáz molekulái  $f$  szabadsági fokkal rendelkeznek, akkor állandó térfogaton

$$(1) \quad Q = \frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R\Delta T$$

hő szükséges a gáz hőmérsékletének  $\Delta T$  mértékű növeléséhez, vagyis a gáz állandó térfogaton vett fajhője

$$c_V = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M}.$$

Ugyanezek a mennyiségek állandó nyomáson:

$$(2) \quad Q = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R\Delta T,$$

vagyis

$$c_P = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{R}{M}.$$

Jelöljük a héliumra vonatkozó fizikai mennyiségeket 1-es indexszel, a hidrogén megfelelő adatait pedig 2-es indexszel! A keverék (melynek tömege  $m_1 + m_2$ ) úgy tekinthető, mint két – egymással kölcsönhatásban nem álló – gáz, melyek külön-külön kitöltik az edény teljes térfogatát, nyomásaik (az ún. parciális nyomások) összege pedig a keverék tényleges nyomásával egyenlő.

Ha a keveréket állandó térfogaton melegítjük, (1)-nek megfelelően összesen

$$Q_1 + Q_2 = \frac{f_1}{2} \frac{m_1}{M_1} R\Delta T + \frac{f_2}{2} \frac{m_2}{M_2} R\Delta T$$

hőt kell közölnünk vele, állandó térfogaton vett fajhője tehát

$$(3) \quad c_V = \frac{Q_1 + Q_2}{(m_1 + m_2)\Delta T} = \frac{\frac{f_1}{2} \frac{m_1}{M_1} + \frac{f_2}{2} \frac{m_2}{M_2}}{m_1 + m_2} R.$$

Hasonló módon kapjuk a keverék állandó nyomáson vett fajhőjét, ha a közölt hőt (2) alapján számítjuk:

$$Q_1 + Q_2 = \frac{f_1 + 2}{2} \cdot \frac{m_1}{M_1} R\Delta T + \frac{f_2 + 2}{2} \cdot \frac{m_2}{M_2} R\Delta T,$$

$$(4) \quad c_P = \frac{Q_1 + Q_2}{(m_1 + m_2)\Delta T} = \frac{\frac{f_1+2}{2} \frac{m_1}{M_1} + \frac{f_2+2}{2} \frac{m_2}{M_2}}{m_1 + m_2} R.$$

A keverék fajhőhányadosa (4) és (3) szerint

$$\frac{c_P}{c_V} = \frac{(f_1 + 2) \frac{m_1}{M_1} + (f_2 + 2) \frac{m_2}{M_2}}{f_1 \frac{m_1}{M_1} + f_2 \frac{m_2}{M_2}}.$$

Ez az arány  $f_1 = 3$  és  $f_2 = 5$ , valamint  $\frac{m_1}{M_1} = \frac{20}{4} = 5$  és  $\frac{m_2}{M_2} = \frac{8}{2} = 4$  felhasználásával

$$\frac{c_P}{c_V} = \frac{5 \cdot 5 + 7 \cdot 4}{3 \cdot 5 + 5 \cdot 4} = \frac{53}{35} \approx 1,51.$$

*Megjegyzés.* Ha – naiv módon – a keverék összetevőinek fajhőhányadosát az összetevők tömegével súlyozott középértékként számoljuk, akkor a *hibás*

$$\frac{c_P}{c_V} = \frac{20 \cdot \frac{5}{3} + 8 \cdot \frac{7}{5}}{20 + 8} = 1,59$$

eredményt kapjuk. Ugyancsak hibás, ha a fajhőhányadosok mólszámmal súlyozott középértékét véljük a keverék fajhőhányadosának.