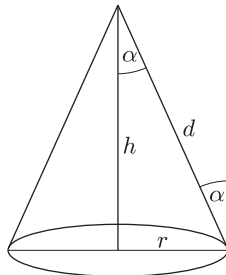


I. megoldás. Egy pontszerű fényforrás által létrehozott megvilágítás erőssége (vagyis az egységnyi idő alatt az energiaáramlásra merőlegesen felvett egységnyi felületre jutó fényenergia)

$$E = \frac{I}{d^2} \cos \alpha,$$

ahol d a fényforrás és a megvilágított felületdarabka távolsága, α a felületre merőleges egyenes és a fény terjedési iránya közötti szög, I pedig a fényforrás fényerőssége.



Az asztal szélének megvilágítása az *ábra* alapján

$$E = \frac{I}{d^2} \cdot \frac{h}{d} = \frac{Ih}{(r^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Látható, hogy adott fényforrás, tehát adott I esetén a megvilágítás erőssége akkor a legnagyobb, amikor az

$$f(h) = \frac{h}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

függvény értéke maximális.

Deriváljuk az $f(h)$ függvényt h szerint!

$$f'(h) = \frac{(r^2 + h^2)^{3/2} - h \cdot \frac{3}{2} \sqrt{r^2 + h^2} \cdot 2h}{(r^2 + h^2)^3}.$$

A függvény maximális értékénél a derivált nulla:

$$f'(h) = (r^2 + h^2)^{-3/2} - 3h^2(r^2 + h^2)^{-5/2} = 0,$$

azaz

$$(r^2 + h^2) - 3h^2 = 0, \quad \text{vagyis} \quad \frac{r}{h} = \sqrt{2}.$$

Tehát az asztal széle akkor részesül a legnagyobb megvilágításban, amikor a fényforrást az asztallap középpontja fölött

$$h = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

magasságban helyezzük el.

II. megoldás. Vizsgáljuk az asztal szélének megvilágítottságát az I. megoldás *ábráján* látható α szög függvényében! Mivel

$$d = \frac{r}{\sin \alpha},$$

a megvilágítás:

$$E = \frac{I}{d^2} \cos \alpha = \frac{I}{r^2} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Ennek a függvénynek ott lesz maximuma, ahol $\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$ a legnagyobb értéket veszi fel. Számítógéppel kiszámolva és ábrázolva ezt a függvényt a számított mennyiségek táblázatából vagy a grafikonról leolvashatjuk, hogy a keresett maximum $\alpha \approx 54,7^\circ$ -nál van. A fényforrás magassága ebben az esetben

$$h = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} \approx 0,71 r.$$