

Megoldás. Ha a síkkondenzátor lemezei között vákuum van, a kapacitása

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d},$$

ahol A a síklapok területe, d pedig a távolságuk.

Az a) eset olyan, mintha két ($A/2$ lemezterületű, d lemeztávolságú) síkkondenzátort kapcsoltunk volna *párhuzamosan*. Az egyik kondenzátor kapacitása

$$C_1 = \varepsilon_1 \frac{A}{2d} = \varepsilon_1 \frac{C_0}{2\varepsilon_0},$$

a másiké

$$C_2 = \varepsilon_2 \frac{A}{2d} = \varepsilon_2 \frac{C_0}{2\varepsilon_0},$$

az eredő kapacitás pedig

$$C_a = C_1 + C_2 = \frac{C_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}.$$

A b) eset felfogható két (A lemezterületű, de csak $d/2$ lemeztávolságú) síkkondenzátor *soros* kapcsolásának. Az egyik kondenzátor kapacitása ebben az esetben

$$C'_1 = \varepsilon_1 \frac{2A}{d} = 2\varepsilon_1 \frac{C_0}{\varepsilon_0},$$

a másiké

$$C'_2 = \varepsilon_2 \frac{2A}{d} = 2\varepsilon_2 \frac{C_0}{\varepsilon_0},$$

az eredő kapacitás pedig

$$C_b = \left(\frac{1}{C'_1} + \frac{1}{C'_2} \right)^{-1} = \frac{C'_1 C'_2}{C'_1 + C'_2} = \frac{C_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}.$$

Az a) esetben a kapacitás a kétféle permittivitás számtani közepével, a b) esetben pedig a harmonikus közepükkel arányos. A kétféle középértékre vonatkozó egyenlőtlenség szerint az a) esethez tartozó kapacitás nem lehet kisebb, mint a b) esetben megfelelő kapacitás (és az egyenlőség csak $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ mellett teljesülhet).

Megjegyzés: Ezt a kétféle kapacitás hányadosának alábbi alakjából is leolvashatjuk:

$$\frac{C_a}{C_b} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{4\varepsilon_1} + \frac{1}{2} = \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{4\varepsilon_2}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{4\varepsilon_1}} \right)^2 + 1 \geq 1.$$

A kondenzátor kapacitása tehát az a) esetben nagyobb, mint a b) esetben, vagy esetleg egyenlőek, ha a két dielektrikum permittivitása ugyanakkora.