

Megoldás. a) Amikor csak a K_1 kapcsoló van zárva, a két sorbakapcsolt kondenzátor lemezein ugyanakkora, Q nagyságú töltés halmozódik fel, feszültségük tehát

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad \text{illetve} \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}$$

lesz. Másrészt a huroktörvény szerint

$$U_1 + U_2 = U, \quad \text{ahonnan} \quad Q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U$$

és

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U, \quad \text{illetve} \quad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U$$

adódik.

b) A K_2 kapcsoló zárása után a C_1 kapacitású kondenzátor az ellenálláson keresztül kisül; lemezein nem marad töltés, feszültsége nullára csökken. A másik, C_2 kapacitású kondenzátor feszültsége emiatt a telep feszültséggel egyenlővé válik, energiája pedig

$$W = \frac{1}{2} C_2 U^2$$

lesz. Ez az érték egyben a rendszer teljes energiájával is egyenlő, hiszen a másik (most már töltetlen) kondenzátor elektrosztatikus energiája nulla.

A C_2 kapacitású kondenzátor töltése is megváltozik, a korábbi Q helyett

$$Q' = C_2 U$$

nagyságú lesz.

c) A fejlődő hő a kondenzátorok és a telep energiájának megváltozásából számolható.

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{kondenzátor}} &= \frac{1}{2} C_2 U^2 - \left(\frac{1}{2} C_1 U_1^2 + \frac{1}{2} C_2 U_2^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2} C_2 U^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{C_1 C_2^2}{(C_1 + C_2)^2} + \frac{C_1^2 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \right) U^2 = \\ &= \frac{1}{2} C_2 U^2 - \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U^2 = \frac{1}{2} \frac{C_2^2}{C_1 + C_2} U^2. \end{aligned}$$

Érdemes megjegyezni, hogy $\Delta W_{\text{kondenzátor}} > 0$, tehát a K_2 kapcsoló zárása után a kondenzátorok összenergiája növekszik.

A kapcsoló zárását követően a telep energiája is megváltozik

$$\Delta W_{\text{telep}} = U(Q - Q')$$

értékkel, hiszen $Q - Q'$ nagyságú töltést ad le U feszültség mellett. Q és Q' korábban kiszámított értékét behelyettesítve a

$$\Delta W_{\text{telep}} = \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} - C_2 \right) U^2 = -\frac{C_2^2}{C_1 + C_2} U^2$$

eredmény adódik. Látható, hogy a telep energiája a második kapcsoló zárása után csökken, méghozzá abszolút értékben éppen kétszerannyit, mint amennyivel a kondenzátorok energiája növekedzik.

A két kondenzátor és a telep együtt alkot energetikailag zárt rendszert, melyre fennáll

$$\Delta W_{\text{kondenzátor}} + \Delta W_{\text{telep}} + Q = 0,$$

ahol Q a folyamat során fejlődő hő. Innen kapjuk, hogy

$$Q = -(\Delta W_{\text{kondenzátor}} + \Delta W_{\text{telep}}) = \frac{1}{2} \frac{C_2^2}{C_1 + C_2} U^2.$$