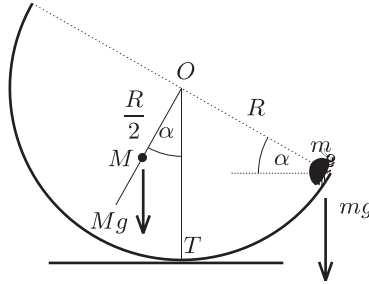


Megoldás. Amikor a bogár éppen a félgömbhéj peremére ér, az *ábrán* látható T pontra felírt forgatónyomaték-egyensúly feltételéből kiszámíthatjuk a félgömb elfordulásának α szögét:

$$Mg \frac{R}{2} \sin \alpha = mgR \cos \alpha,$$

azaz

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2m}{M}.$$



A félgömbhéj elfordulása során a bogárnak az asztaltól mért távolsága $\Delta h_1 = R(1 - \sin \alpha)$ értékkel lett nagyobb, a bogár helyzeti energiájának növekedése tehát $\Delta E_1 = mgR(1 - \sin \alpha)$. Ugyanakkor a félgömbhéj tömegközéppontja is magasabbra került, a helyzeti energiája emiatt

$$\Delta E_2 = Mg \frac{R}{2} (1 - \cos \alpha)$$

értékkel megnőtt. A bogár által végzett munka a helyzeti energiaváltozások összege:

$$W = \Delta E_1 + \Delta E_2 = mgR(1 - \sin \alpha) + Mg \frac{R}{2} (1 - \cos \alpha),$$

amely (1) felhasználásával algebrai átalakítások után

$$W = (M + 2m - \sqrt{M^2 + 4m^2}) \frac{gR}{2}$$

alakban is felírható.