

Kornis Kristóf megoldása. Legyen D' a D pont tükörképe a C -ből induló szögfelezőre. Ha O az ABC beírt körének középpontja, $ODC \sphericalangle = 90^\circ \Rightarrow ODK \sphericalangle = 45^\circ$, hiszen DK felezi az ODC szöget. Viszont O és K is rajta van a C -ből induló szögfelezőn, így $OD'K \sphericalangle = 45^\circ$ és D', E, OK egy oldalán vannak, tehát $BEK \sphericalangle = 45^\circ$ miatt O, E, D' és K egy körön fekszenek.

Emiatt $KED' \sphericalangle = KOD' \sphericalangle$. Viszont $KOD' \sphericalangle = KOD \sphericalangle$, és ha $BAC \sphericalangle = \alpha$, akkor

$$EBC \sphericalangle = \frac{90^\circ - \frac{\alpha}{2}}{2}, \quad ECB \sphericalangle = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

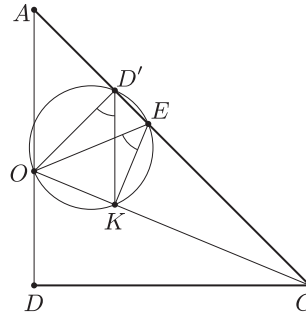
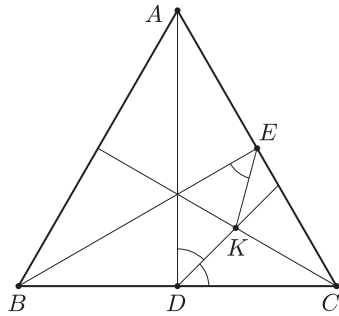
$$\Rightarrow KED' \sphericalangle = BED \sphericalangle - 45^\circ = 180^\circ - \frac{90^\circ - \frac{\alpha}{2}}{2} - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) - 45^\circ,$$

$$KOD \sphericalangle = 90^\circ - \left(\frac{90^\circ - \frac{\alpha}{2}}{2}\right).$$

Mivel

$$KED' \sphericalangle = KOD \sphericalangle, \quad 45^\circ - \frac{90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{90^\circ - \frac{\alpha}{2}}{2},$$

$$45^\circ = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 90^\circ.$$



A fenti számolással probléma lehet, ha $D' = E$, ugyanis ekkor nem beszélhetünk a $KED' \sphericalangle$ -ről. Ha $D' = E$, akkor $CD = CE$, és ekkor ha az alap a , a szár b hosszú,

$$CD = \frac{a}{2}, \quad CE = \frac{a \cdot b}{a + b}, \quad \frac{a}{2} = \frac{a \cdot b}{a + b} \Rightarrow a^2 + ab = 2ab \Rightarrow a = b,$$

a háromszög szabályos. Ha viszont a háromszög szabályos, $OECD$ deltoid, érintőnégyyszög, így az ACD háromszög beírt köre érinti BE -t is, tehát

$$BEK \sphericalangle = \frac{BEC \sphericalangle}{2}, \quad \text{de} \quad BEC \sphericalangle = 90^\circ,$$

vagyis a $BEK \sphericalangle$ ebben az esetben is 45° lesz.

Összefoglalva két megoldást kaptunk: $CAB \sphericalangle = 90^\circ$, vagy $CAB \sphericalangle = 60^\circ$.