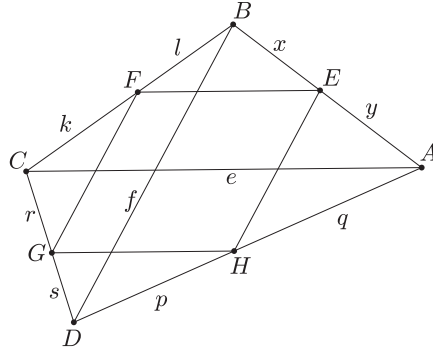


I. megoldás. Használjuk az *ábra* jelöléseit. A párhuzamos szelők tétele szerint, mivel a rombusz oldalai párhuzamosak az átlókkal:

$$(1) \quad \frac{x}{y} = \frac{l}{k} = \frac{s}{r} = \frac{p}{q}.$$



Ha ez teljesül, akkor $EFGH$ paralelogramma. Ha ezen felül még szomszédos oldalai egyenlőek, akkor rombusz. Tehát teljesülnie kell annak is, hogy $EF = EH$.

Mivel $ABD\triangle \approx AEH\triangle$, azért $\frac{EH}{BD} = \frac{EH}{f} = \frac{y}{x+y}$, és így $EH = \frac{yf}{x+y}$. Hasonlóan $ABC\triangle \approx EBF\triangle$, amiből

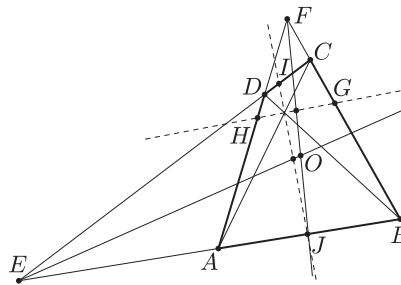
$$\frac{EF}{AC} = \frac{EF}{e} = \frac{x}{x+y}, \quad \text{ezért} \quad EF = \frac{xe}{x+y}.$$

A két szakasz egyenlő, vagyis $\frac{yf}{x+y} = \frac{xe}{x+y}$, amiből

$$(2) \quad \frac{f}{e} = \frac{x}{y}.$$

A szerkesztés menete a következő lehet. Egy, a B pontból kiinduló félegyenesre felmérjük előbb az f , majd az e szakaszt. Ezek végpontja rendre E' , illetve A' . Az AA' szakasszal az E' ponton át húzott párhuzamos kimetszi az AB szakaszból az E pontot. Ezután F , G és H az átlókkal húzott párhuzamosok segítségével kapható. Az így kapott négy pontra a szerkesztés menete miatt (1) és (2) is teljesül, tehát az általuk meghatározott négyszög valóban rombusz. A megoldásból az is kiderül, hogy mindig egy rombuszt kapunk.

II. megoldás. A rombusz átlói egyben szögfelezők is. Mivel a rombusz oldalai párhuzamosak a négyszög átlóival, a rombusz átlói párhuzamosak a négyszög átlói által meghatározott szögek felezőivel. Ennek a két szögfelezőnek azt a két eltoltását keressük, amely a szögfelezők négyszögbe eső szakaszainak felezőpontjait egy pontba viszi át. Ez lesz a rombusz átlóinak O metszéspontja.



Ha a négyszögnek van párhuzamos oldalpárja, akkor O illeszkedik ezen párhuzamosok felező (közép-párhuzamos) egyenesére.

Egyébként jelölje a négyszög szemközti oldalegyeneseseinek metszéspontját E és F , a szögfelezők oldalakkal vett metszéspontjait pedig G , H , I és J . A párhuzamosság és a felezés miatt O illeszkedik az FGH háromszög F -ből, és az EIJ háromszög E -ből induló súlyvonalára.

A szerkesztés menete tehát a következő. Megrajzoljuk a négyszög átlói által meghatározott szögek felezőit. Vesszük ezeknek a négyszög oldalaira vett G , H , I és J metszéspontját, illetve a négyszög szemközti oldalegyeneseseinek E és F metszéspontját. Utána az FGH háromszög F -ből, és az EIJ háromszög E -ből induló súlyvonalát szerkesztjük meg, ezek metszéspontja lesz az O pont. (Ha E és F közül valamelyik nem létezik, akkor a megfelelő párhuzamos oldalegyenesek felezőit húzzuk be.) Majd O -n keresztül párhuzamost húzunk a két szögfelezővel, ezek kimetszik a négyszög oldalairól a rombusz csúcsait.

