

I. megoldás. Képzeljük el, hogy különálló négyzetekből rakjuk össze ezt a táblát. Ekkor a 7 piros mezőnek 28 piros oldala lesz, a 18 kék mezőnek pedig 72 kék oldala. Ezen kívül vegyünk még 20 fekete oldalt, amit a tábla széléhez illesztünk. Amikor két különböző színű oldalt illesztünk össze, az él színe fekete lesz, ha két azonos színűt, akkor az él is olyan színű lesz, mint az oldalak. 20 fekete él adott a tábla szélén, ezen kívül még 15-re van szükségünk. Ezt 15 kék és 15 piros oldal összeillesztésével kapjuk meg. Így marad 13 piros és 57 kék oldal.

A tábla szélén két piros mező van, így 2, 3, vagy 4 piros oldal lehet a tábla szélén. A maradék piros oldalak száma viszont páros kell, hogy legyen, mivel több piros oldal már nem érintkezhet kék oldallal. Így 3 piros oldal van a tábla szélén és 10 piros oldal marad meg. Ebből a 10 oldalból 5 piros él (mezőket elválasztó szakasz) lesz, tehát a piros szakaszok száma 5.

K	K	K	K	K
K	P	P	P	K
K	P	K	K	K
K	P	K	K	K
K	K	K	P	P

Egy lehetséges elrendezést látunk az *ábrán*.

II. megoldás. Egy 5×5 -ös sakktáblán 60 vonal van. Ebből 20 a külső határon található, amelyek mindegyike fekete. Tehát a négyzetháló „belsejében” 15 fekete vonal található. 7 piros négyzetnek összesen $7 \cdot 4 = 28$ vonala van, ha nem tesszük őket össze. Mivel pontosan 2 piros mező van a tábla szélén, azért a piros négyzetek 28 vonala közül 2, 3 vagy 4 fekete a szélén. Jelöljük most ennek számát x -szel. A piros négyzetek 28 vonala közül $(28 - x)$ található az 5×5 -ös négyzet belsejében. Ebből a $(28 - x)$ vonalból tudjuk, hogy 15 fekete, így a maradék alkotja a piros vonalakat, így azok száma

$$\frac{(28 - x) - 15}{2},$$

mivel 2 piros négyzethez tartozó vonal alkot egy piros vonalat. Mivel a piros vonalak száma egész, így x -nek páratlannak kell lennie, tehát $x = 3$. Ebből pedig: $\frac{10}{2} = 5$ piros vonal van.

III. megoldás. Mivel összesen 35 fekete él van, amiből 20 a tábla szélén helyezkedik el, azért 15 olyan fekete él található, ami egy kék és egy piros mező határán van.

Tekintsük a 25 mező középpontját egy gráf csúcsainak, a mezőket elválasztó szakaszokat pedig a gráf éleinek. A színezést tartsuk meg.

Ekkor 7 piros csúcsból összesen legalább $4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 24$ él indul ki. (Ennyi akkor, ha az eredeti feladatban a két sarokban helyezkedik el a tábla széli két piros mező, így az ezeknek megfeleltetett csúcsok fokszáma 2.) Ha az egyik „tábla széli” piros csúcs fokszáma 3, akkor 25 él, ha pedig mindkettőé 3, akkor 26 él indul ki a piros csúcsokból összesen. Ezen élek közül a piros színűeket kétszer, a feketéket egyszer számoltuk. Mivel a fekete élek száma 15, a pirosak száma 9, 10 vagy 11. Ebből csak a 10 páros, és ez duplája a piros élek számának, ami ezek szerint 5.