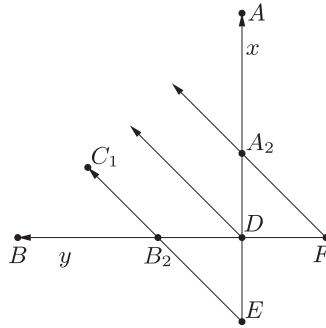
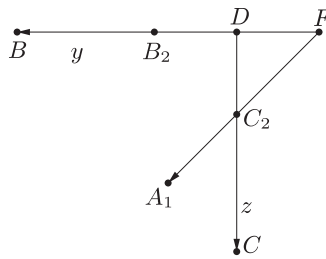


3. ábra

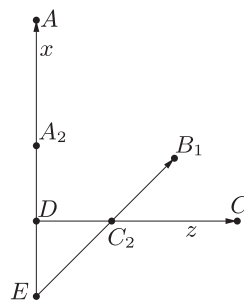
Mivel tetszőleges Desargues-féle háromszögpár meghatároz egy centrálaxonometrikus leképezést, tekinthetjük az adott ABC háromszög csúcsait egy centrálaxonometrikus leképezésben a végtelen távoli pontok képeinek, az $A_2B_2C_2$ háromszög csúcsait pedig az egységpontok képeinek. Ekkor D az origó képe. Legyen DA az x tengely, DB az y tengely, DC pedig a z tengely képe. Ebben az esetben az ABD háromszög beírt köre az xy sík egy parabolájának centrálaxonometrikus képe, ugyanis a beírt kör térbeli ősképe olyan kúpszelet, amely érinti az xy sík végtelen távoli egyenesét. Ez a parabola az x és y tengelyeket egyaránt a tengelyek egységpontjaiban érinti, így tengelye az x és y tengelyek szögfelezője. Ez szimmetria okokból látható, illetve projektív geometriai eszközökkel a Pascal-tétel segítségével igazolható. (Ezen adatokból a tengely meghatározásának általános módszerét illetően lásd pl. [8].) Tehát C_1 az xy síkban az y -tengellyel 45° -os szöget bezáró egyenesek végtelen távoli pontjának képe. Hasonlóan látható, hogy A_1 az yz síkban az y -tengellyel 45° -os szöget bezáró, B_1 az xz síkban a z -tengellyel 45° -os szöget bezáró egyenesek végtelen távoli pontjának képe. A 4., 5. és 6. ábrákon a térbeli ősképe egyes koordinátasíkjait szemléltettük (lásd még: első borító).



4. ábra



5. ábra



6. ábra

Tehát a B_1C_2 egyenes az xz síkban a z tengely egységpontjára illeszkedő, azzal 45° -os szöget bezáró egyenes képe, a B_2C_1 egyenes az xy síkban az y tengely egységpontjára illeszkedő, azzal 45° -os szöget bezáró egyenes képe. Mindkét egyenes áthalad az x tengely -1 koordinátájú pontján, így E ennek a pontnak a centrálaxonometrikus képe (következésképpen illeszkedik az AO egyenesre), mivel a centrálaxonometria egyenestartó leképezés. A BE egyenes ezért az x tengely -1 koordinátájú pontján át az y tengellyel húzott párhuzamos egyenes centrálaxonometrikus képe.

Hasonlóan, A_1C_2 az yz sík z tengelyének egységpontján áthaladó, a z tengellyel 45° -ot bezáró egyenes képe, A_2C_1 az xy sík x tengelyének egységpontjára illeszkedő, az x tengellyel 45° -ot bezáró egyenes képe. Így e két egyenes F metszéspontja az y tengely -1 koordinátájú pontjának centrálaxonometrikus képe (tehát F illeszkedik a BB_2 egyenesre). Az AF egyenes ekkor az y -tengely -1 koordinátájú pontján keresztül az x tengellyel húzott párhuzamos egyenes képe. A fentiek alapján a BE és AF egyenesek metszéspontja a $(-1, -1, 0)$ koordinátájú pont centrálaxonometrikus képe. A C_1D egyenes az xy centrálaxonometrikus képe. A C_1D egyenes az xy síkban a koordinátatengelyek szögfelező egyenesének képe, és mivel a szögfelező egyenesre a $(-1, -1, 0)$ pont valóban illeszkedik, ezzel a centrálaxonometria egyenestartása alapján beláttuk a feladat állítását.