**Megoldás.** A vékony gömbsüveg nem változtatja meg a gömb kapacitását, az továbbra is

$$C = \frac{R}{k}$$

marad, ahol $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ a Coulomb-állandó. Ha a gömböt $U$ feszültségre töltjük fel, a rajta levő össztöltés

$$Q = CU = \frac{UR}{k}.$$

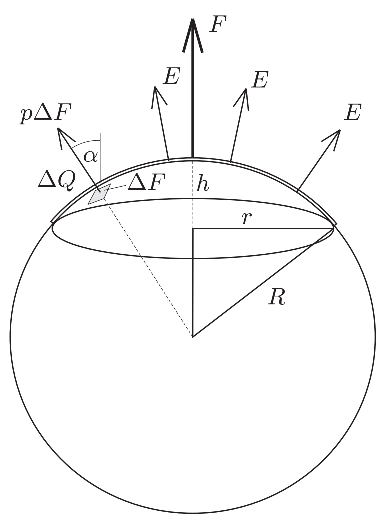
A gömbsüveg a fémgömb egyenletes töltéseloszlását sem változtatja meg, mindössze annyi változást okoz, hogy a gömbsüveg által lefedett felületről az ott lévő töltések az alufólia külső felületére vándorolnak. Az elektromos mező gömbszimmetrikus Coulomb-mező marad, és az elektromos térerősség a fólia közvetlen közelében

$$E = k\frac{Q}{R^2} = \frac{U}{R}$$

nagyságú, sugár irányban kifelé mutató vektor lesz.

Az alufólián levő töltések és a gömb többi részén levő töltések taszítják egymást, emiatt az alufóliára (szimmetria-megfontolásokból adódóan) függőleges, felfelé irányuló elektrosztatikus erő hat. A süveg akkor emelkedik fel a gömbről, amikor ez a taszítóerő éppen megegyezik az alufólia $mg$ súlyával.

Az alufóliára ható erőt úgy számíthatjuk ki, hogy képzeletben felosztjuk a gömbsüveget kicsiny, egyenként $\Delta F$ nagyságú felületdarabkákra, meghatározzuk, hogy mennyi töltés van az egyes felületdarabkákon, és hogy az elektrosztatikus mező mekkora és milyen irányú erőt fejt ki ezekre a kis töltésekre. Az erőhatások vektori összege megadja az alufóliára ható eredő elektromos erőt (lásd az *ábrát*!).




A gömb $Q$ össztöltése, mint láttuk, $\dfrac{UR}{k}$. A gömbsüveg egységnyi felületére

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} = \varepsilon_0 \frac{U}{R}$$

töltés jut ($\sigma$ neve: felületi töltéssűrűség), $\Delta F$ felületen tehát $\Delta Q = \sigma \Delta F$ töltés található. Erre a töltésre a gömbön kívüli, $E$ nagyságú, a felületre merőleges irányú elektromos térerősség

$$p = \frac{1}{2} E \Delta Q = \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{U^2}{R^2}$$

nagyságú, a felületdarabkákra merőleges irányú erőt fejt ki. A $p$ mennyiség (amely nyomás jellegű, hiszen az egységnyi felületre ható erő nagyságát adja meg), megegyezik az elektromágneses mező

$$w = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$$

energiasűrűségével, egységnyi térfogatra jutó energiájával.

A gömbsüvegre ható (felületegységenként $p$ nagyságú) erők éppen olyanok, mintha a gömbsüveget alulról $p$ nyomású folyadék nyomná. Ha a gömbsüveget gondolatban lezárnánk egy $r$ sugarú körlappal, és a folyadék-analógiát kihasználva ezen a körlapon is figyelembe vennénk egy $p \cdot r^2 \pi$ nagyságú nyomóerőt, akkor az eredő erő nyilván nulla lenne (hiszen egy zárt felületet belülről nyomó folyadék nem fejthet ki eredő erőt). Ezek szerint a gömbsüvegre ható eredő erő nagysága

$$F = p \cdot r^2\pi = \frac{\varepsilon_0}{2}\frac{U^2}{R^2} \cdot r^2\pi.$$

Ugyanerre a következtetésre úgy is eljuthatunk, hogy meggondoljuk, a felületdarabkákra ható erőknek elegendő a függőleges összetevőit összegezni, hiszen az eredő erő – szimmetriamegfontolások szerint – biztosan függőleges:

$$F = \sum p\Delta F \cdot \cos\alpha = p\sum \Delta F \cos\alpha,$$

ahol $\alpha$ a felületdarabka érintősíkjának a vízszintessel bezárt szöge. Mivel $\Delta F \cos\alpha$ a felületdarabka vízszintes vetületének területe, ezek összege a gömbsüveg vetületének, vagyis egy $r$ sugarú körlapnak $r^2\pi$ területével egyezik meg.

A gömbsüveg felületének nagysága

$$A = 2\pi R h,$$

ahol $h = R - \sqrt{R^2 - r^2}$ a gömbsüveg magassága. Az alufólia tömege

$$m = Ad \cdot \varrho = 2\pi R\big(R - \sqrt{R^2 - r^2}\,\big)d \cdot \varrho$$

módon számolható. A süveg felrepülésének feltétele:

$$F > mg, \quad \text{azaz} \quad \varepsilon_0\frac{U^2}{2R^2} \cdot r^2\pi > 2\pi R\big(R - \sqrt{R^2 - r^2}\,\big)d \cdot \varrho g,$$

ahonnan a kritikus feszültség:

$$U_{\text{krit.}} = \sqrt{\frac{4R^3 d\varrho g\big(R - \sqrt{R^2 - r^2}\,\big)}{\varepsilon_0 r^2}},$$

Ennél nagyobb feszültségre feltöltött fémgömbről felemelkedik a megadott méretű és sűrűségű, gömbhéj alakú alufólia.