

Megoldás. A jégkorong palánkra merőleges sebessége az ütközés előtt $v \sin \alpha$ volt, az ütközés után $-kv \sin \alpha$ lesz, a korong ilyen irányú impulzuskomponensének megváltozása tehát

$$\Delta I = (k + 1)mv_0 \sin \alpha.$$

Ha az ütközés Δt idő alatt megy végbe, akkor a palánk által kifejtett, a palánkra merőleges irányú átlagos nyomóerő

$$F_{\text{ny}} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{(k + 1)mv_0 \sin \alpha}{\Delta t}.$$

Tételezzük fel, hogy az ütközés alatt a korong pereme mindvégig csúszik a palánkon, tehát a palánk átlagosan

$$F_s = \mu F_{\text{ny}} = \frac{\mu(k + 1)mv_0 \sin \alpha}{\Delta t}$$

nagyságú súrlódási erőt fejt ki a korongra. Ez az (érintő irányú) erő

$$M = RF_s = \frac{\mu(k + 1)mv_0 R \sin \alpha}{\Delta t}$$

forgatónyomatékokat fejt ki a korongra, tehát

$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{\mu(k + 1)mv_0 R \sin \alpha}{\Theta \Delta t}$$

szöggyorsulást eredményez. Tekintve, hogy a – feltehetően homogén – korong tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = \frac{1}{2}mR^2,$$

a szöggyorsulás átlagos értékét

$$\beta = \frac{2\mu(k + 1)v_0 \sin \alpha}{R \Delta t}$$

alakban is felírhatjuk.

A korong szögsebessége a szöggyorsulás következtében az ütközés után

$$\omega = \beta \Delta t = \frac{2\mu(k + 1)v_0 \sin \alpha}{R}$$

lesz, a forgási energia keresett értéke pedig:

$$E_{\text{forg.}} = \frac{1}{2}\Theta \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 \cdot \left(\frac{2\mu(k + 1)v_0 \sin \alpha}{R} \right)^2 = m\mu^2 v_0^2 (k + 1)^2 \sin^2 \alpha.$$

Ez a korong kezdeti mozgási energiájának $2\mu^2(k + 1)^2 \sin^2 \alpha$ -szorososa.

Vizsgáljuk most azt a lehetőséget, hogy a korong esetleg az ütközési folyamat közben valamikor gördülni kezd a palánkon. Ehhez meg kell vizsgálnunk, hogyan változik a korong tömegközéppontjának palánkkal párhuzamos u sebességkomponense. Kezdetben ez az összetevő

$$u_0 = v_0 \cos \alpha,$$

majd a súrlódási erő hatására τ idő alatt

$$u = v_0 \cos \alpha - \frac{F_s}{m} \tau$$

értékre csökken. Ugyanekkor a szögsebesség, mint láttuk

$$\omega = \frac{F_s R}{\Theta} \tau = \frac{2F_s \tau}{mR}.$$

A fenti két képletből $F_s \tau / m$ kiküszöbölhető, s azt az érdekes eredményt kapjuk, hogy a korong palánkkal párhuzamos sebessége és a szögsebessége között minden pillanatban fenn kell álljon az

$$u = v_0 \cos \alpha - \frac{1}{2} R \omega$$

összefüggés.

A korong akkor csúszik az ütközés során mindvégig a palánkon, ha még az ütközés végén is fennáll, hogy $u \geq R\omega$. Ennek – az előző megfontolás eredményét figyelembe véve – az a feltétele, hogy

$$v_0 \cos \alpha \geq \frac{3}{2} R \omega,$$

vagyis (ω kiszámított értékét behelyettesítve) teljesül, hogy

$$\mu \leq \mu_0 = \frac{1}{3(k+1) \operatorname{tg} \alpha}.$$

Amennyiben $\mu > \mu_0$, a „köszörülés” már az ütközés közben befejeződik, majd a korong egy rövid ideig csúszásmentesen gördül a palánkon (miközben a palánkra merőleges sebességkomponense folyamatosan változik). Mivel a gördülés kezdetekor a korong szögsebessége

$$\omega_0 = \frac{2v_0 \cos \alpha}{3R},$$

és ez az érték a továbbiakban sem változik, a korong forgási energiája az ütközés végén

$$E_{\text{forg.}} = \frac{1}{2} \Theta \omega_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \cdot \left(\frac{2v_0 \cos \alpha}{3R} \right)^2 = \frac{1}{9} m v_0^2 \cos^2 \alpha.$$