

**Megoldás.** Az első egyenletet átrendezve kapjuk, hogy:

$$(x^2 - y^2)^2 = 13 - x^2 y^2.$$

A második egyenletből pedig  $x^2 - y^2 = 1 - 2xy$ . Ezt behelyettesítve a fenti egyenletbe:  $(1 - 2xy)^2 = 13 - x^2 y^2$ . Ebből

$$0 = 13 - x^2 y^2 - (1 - 2xy)^2 = -5(xy)^2 + 4xy + 12.$$

Ez  $xy$ -ra nézve egy másodfokú egyenlet, melynek pozitív megoldása a 2. (Mivel  $x$  és  $y$  pozitív, a szorzatuk is az.) A kapott értéket az eredeti egyenletekbe helyettesítve, majd azokat rendezve kapjuk, hogy:

$$x^4 + y^4 = 17 \quad \text{és} \quad y^2 = x^2 + 3.$$

Ez utóbbit az előbbibe írva:

$$x^4 + (x^2 + 3)^2 = 17, \quad \text{amiből} \quad (x^2)^2 + 3x^2 - 4 = 0.$$

Figyelembe véve, hogy  $x^2$  és  $x$  is pozitív, ebből  $x^2 = 1$  és innen  $x = 1$  adódik. Felhasználva, hogy  $xy = 2$  és  $y > 0$  kapjuk, hogy  $y = 2$ .