

Megoldás. Legyen a szám: $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$. Ekkor a feladat szövege szerint:

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_n} - (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = 2007, \quad \text{azaz}$$

$$a_1(10^{n-1} - 1) + a_2(10^{n-2} - 1) + \dots + a_{n-1}(10 - 1) = 2007.$$

Mivel az összeg mindegyik tagja nemnegatív, egyik tag sem lehet nagyobb 2007-nél. Így $a_1(10^{n-1} - 1) \leq 2007$ -nek is teljesülni kell, amiből $10^n \leq \frac{20\,070}{a_1} + 10$ következik. Mivel $a_1 \geq 1$, azért

$$\frac{20\,070}{a_1} + 10 \leq 20\,080,$$

tehát $10^n \leq 20\,080$ -nak is teljesülnie kell. Ezért $n \leq 4$. Azonban $n > 3$, mert ha egy háromjegyű számból kivonjuk a jegyeinek összegét, akkor az eredmény legfeljebb háromjegyű lesz, mindenképpen kisebb, mint 2007.

Tehát $n = 4$, vagyis $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = 2007$,

$$999a_1 + 99a_2 + 9a_3 = 2007,$$

$$111a_1 + 11a_2 + a_3 = 223.$$

Látható, hogy $a_1 \leq 2$, mert ha $a_1 > 2$, akkor az összeg legalább 333, tehát 223-nál nagyobb lenne.

I. eset: $a_1 = 2$. Ekkor $222 + 11a_2 + a_3 = 223$, $11a_2 + a_3 = 1$. Itt $a_2 < 1$, hiszen $a_2 \geq 1$ esetén az összeg nagyobb mint 1.

Tehát $a_2 = 0$, ekkor $a_3 = 1$, $a_4 \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ pedig tetszőleges.

II. eset: $a_1 = 1$. Ekkor $111 + 11a_2 + a_3 = 223$, azaz $11a_2 + a_3 = 112$.

Mivel $a_2 \leq 9$ és $a_3 \leq 9$, azért $11a_2 + a_3 \leq 108$. Tehát ebben az esetben nincs megoldás.

A keresett számok: 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019.