

Megoldás. A levegőben levő kicsiny vízcseppek (a σ állandóval jellemezhető) felületi feszültség hatására a lehető legkisebb felszínű alakot igyekeznek felvenni, ez pedig (adott térfogat esetén) a *gömb*.

Számítsuk ki, hogy hány darab $r = 25$ nm sugarú vízcsepp egyesüléséből jöhet létre egyetlen $R = 1$ mm sugarú csepp! Az anyagmegmaradás törvénye szerint (ami a jelen esetben a vízcseppek térfogatának állandóságát jelenti):

$$N \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi R^3}{3},$$

ahonnan az egyesülő cseppek száma:

$$N = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = \left(\frac{10^{-3}}{25 \cdot 10^{-9}}\right)^3 = 6,4 \cdot 10^{13}.$$

A keletkező nagy csepp felülete kisebb, mint az eredeti, kisebb cseppek felszínének összege. Ennek megfelelően a felületi feszültségből származó energiaváltozás

$$\Delta E_{\text{felületi}} = \sigma (N \cdot 4\pi r^2 - 4\pi R^2) = 4\pi R^2 \sigma \left(\frac{R}{r} - 1\right) \approx 4\pi \sigma \frac{R^3}{r}.$$

(Az utolsó lépésnél kihasználtuk, hogy $R \gg r$.)

Tételezzük fel, hogy a felületi energia fentebb kiszámított változása teljes egészében a vízcsepp belső (termikus) energiájának növelésére fordítódik. Ez utóbbi a ρ sűrűségű, c fajhőjű víz ΔT hőmérsékletváltozásával fejezhető ki:

$$\Delta E_{\text{belső}} = mc\Delta T = \frac{4\pi R^3}{3} \rho c \cdot \Delta T.$$

Feltevésünk szerint

$$\Delta E_{\text{felületi}} = \Delta E_{\text{belső}},$$

azaz

$$4\pi \sigma \frac{R^3}{r} = \frac{4\pi R^3}{3} \rho c \cdot \Delta T.$$

Innen a hőmérsékletváltozás:

$$\Delta T = \frac{3\sigma}{\rho c} \cdot \frac{1}{r} \approx 2 \text{ }^\circ\text{C}.$$

A keletkező nagy csepp hőmérséklete tehát kb. $7 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz. (Érdekes, hogy ez az érték nem függ a nagy csepp R sugarától, ha az sokkal nagyobb, mint r .)

Megjegyzés. A megoldásban lényegesen kihasználtuk azt a feltevést, hogy a felületi feszültségből származó energiaváltozás a vízcseppek belső energiáját növeli, tehát hogy víz és a környező levegő között nincs energiaátadás. Ez a feltevés erősen megkérdőjelezhető!

A tényleges helyzet sokkal közelebb áll ahhoz, hogy a felszabaduló energia a víz és a környező levegő termikus energiáját növeli. Mivel még a legsűrűbb felhőben is sokkal nagyobb a levegő tömege, mint a benne levő vízé, az eredetileg $5 \text{ }^\circ\text{C}$ -os víz és a vele gyakorlatilag azonos hőmérsékletű levegő a cseppek egyesülése után változatlanul $5 \text{ }^\circ\text{C}$ -os marad, illetve ha az esőcseppek ettől eltérő hőmérsékletű légrétegbe kerülnek, ott a környező levegő hőmérsékletét veszik fel.