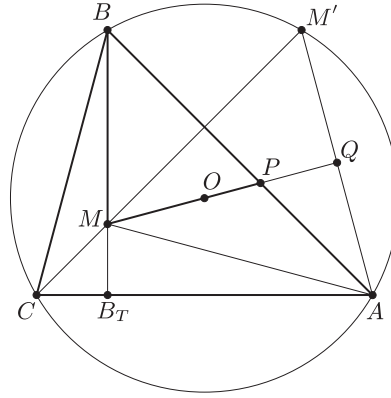


Megoldás. A háromszög szögei legyenek a szokásos módon α , β , γ . Jelölje az a , b és c oldalhoz tartozó magasság talppontját rendre A_T , B_T és C_T , az M csúcsnak a c oldalra vonatkozó tükörképét M' , végül az MO félegyenesnek a c oldallal, illetve az AM' szakasszal való metszéspontját rendre P és Q .



A feladatbeli „kis” háromszög a BMP háromszög.

Mivel $\angle ABM < \beta$, azért ez a szög csak α lehet. Így $\angle MPB = \beta$ és $\angle PMB = \gamma$.

A tükrözés miatt

$$(1) \quad MA = M'A.$$

Ismert, hogy a magasságpontot a háromszög oldalára tükrözve a körülírt kör egy pontjához jutunk: $\angle AM'C = \angle ABC = \beta$ és $\angle BM'C = \angle BAC = \alpha$.

Mivel

$$\begin{aligned} \angle QMM' &= \angle PMC_T = 180^\circ - (\angle MPC_T + \angle MC_T P) = \\ &= 180^\circ - (\beta + 90^\circ) = 90^\circ - \beta \end{aligned}$$

és így

$$\angle M'QM = 180^\circ - (\angle QMM' + \angle QM'M) = 180^\circ - ((90^\circ - \beta) + \beta) = 90^\circ,$$

azért $OQ \perp AM'$. Ebből következik, hogy MQ az AM' szakasz felező merőlegese, vagyis

$$(2) \quad AM = MM'.$$

(1) és (2) együtt azt jelenti, hogy $MA = M'A = MM'$, tehát az AMM' háromszög szabályos, és így $\angle AM'M = \beta = 60^\circ$.

Tudjuk még, hogy $\alpha = \angle BM'C = \angle BMM'$, tehát a BMC_T háromszög szögeinek összege $2\alpha + 90^\circ$, ahonnan $\alpha = 45^\circ$. Ebből pedig $\gamma = 75^\circ$.

A háromszög szögei: $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ és $\gamma = 75^\circ$.