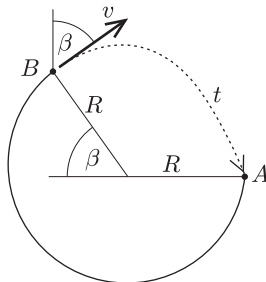


Megoldás. Jelöljük a test B pontbeli sebességét v -vel, a körív sugarát R -rel, a B és A pontok közötti ferde hajítás repülésének idejét pedig t -vel (*1. ábra*)!



1. ábra

A mozgás vízszintes és függőleges összetevőire felírható összefüggések:

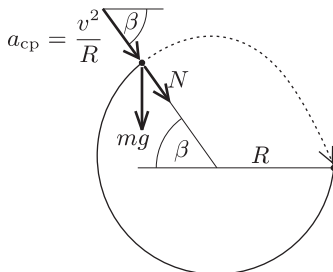
$$(1) \quad vt \sin \beta = R(1 + \cos \beta),$$

$$(2) \quad \frac{g}{2}t^2 - vt \cos \beta = R \sin \beta.$$

Ezekből t -t kiküszöbölve a hajítás kezdősebessége és a β szög közti alábbi összefüggést kapjuk:

$$(3) \quad v^2 = \frac{gR(1 + \cos \beta)}{2 \sin \beta}.$$

Ha megfelelő kezdősebességgel indítjuk el a testet az A pontból, a B pontba érve éppen (3)-nak megfelelő sebessége lesz, onnan a szaggatott vonallal jelölt parabolapályán továbbrepülve éppen az A pontba esik vissza. Kérdéses azonban, hogy valóban eljut-e a vályúban csúszva a B pontig, vagy esetleg már korábban leesik a vályú alulról homorú szakaszának valamelyik pontjánál.



2. ábra

Számítsuk ki, hogy mekkora N nyomóerőt fejt ki a vályú a csúszó testre közvetlenül a B pont elérése előtt! A *2. ábra* jelöléseit használva a Newton-féle mozgásegyenlet sugar irányú komponense így írható:

$$mg \sin \beta + N = m \frac{v^2}{R},$$

ahonnan

$$(4) \quad N = m \frac{v^2}{R} - mg \sin \beta \geq 0.$$

Az egyenlőtlenség azt fejezi ki, hogy a vályú *csak nyomóerőt* tud kifejteni, $N < 0$ -nak megfelelő *húzóerőt nem*. Felhasználva (3)-t (4) így írható:

$$\begin{aligned} N &= mg \left(\frac{v^2}{Rg} - \sin \beta \right) = mg \left(\frac{1 + \cos \beta}{2 \sin \beta} - \sin \beta \right) = \\ &= mg \left(\frac{1 + \cos \beta}{2 \sin \beta} - \frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin \beta} \right) = \frac{mg(1 + \cos \beta)}{\sin \beta} \left[\frac{1}{2} - (1 - \cos \beta) \right] \geq 0. \end{aligned}$$

A szögletes zárójel előtt álló kifejezés a számunkra érdekes $0 < \beta < 180^\circ$ tartományban pozitív, így az egyenlőtlenség

$$\frac{1}{2} - (1 - \cos \beta) = \cos \beta - \frac{1}{2} \geq 0, \quad \text{azaz} \quad \beta \leq 60^\circ$$

esetén teljesül.

Könnyen belátható, hogy ha a vályú B végpontjában $N \geq 0$, akkor a pálya többi pontjában sem lehet N negatív, tehát nem válhat el a kis test a vályútól. Ha ugyanis a (4)-nek megfelelő mozgásegyenletet egy $\alpha < \beta$ szöghöz tartozó pontra írjuk fel, és kihasználjuk, hogy az ottani v' sebesség az energiatétel szerint v -nél nagyobb, a nyomóerőre ott is

$$N' = m \frac{v'^2}{R} - mg \sin \alpha > m \frac{v^2}{R} - mg \sin \beta \geq 0$$

adódik.