Megoldás. Tegyük fel, hogy van egy olyan két részes edényünk, amelynek egyik rekeszébe vizet, a másikba gyógyvizet tudunk önteni úgy, hogy nem keverednek össze, de a hőmérsékletük kiegyenlítődik. Feltételezzük, hogy hőcsere csak a két rekesz között történik, a környezetet nem melegítjük.

Amennyiben a „gyógyvíz” és a „víz” fajhőjét ugyanakkorának tekinthetjük, a kiegyenlítődött hőmérséklet az összetevők hőmérsékletének tömegükkel súlyozott számtani közepe lesz. Ha például M tömegű, (Celsius-fokban mérve) T_0 hőmérsékletű gyógyvizet és m tömegű 100 °C-os vizet öntünk a rekeszekbe, a közös hőmérséklet

$$T_1 = \frac{M \cdot T_0 + m \cdot 100}{M + m}$$

lesz. ($M = m = 1$ kg esetén 50°C lenne a közös hőmérséklet, ez nem elegendő!)

Osszuk fel a 100 °C-os vizet 6 egyforma, $\frac{1}{6}$ kg-os részre! A hőcserélő edény egyik rekeszébe öntsük a gyógyvizet, a másik felébe először $\frac{1}{6}$ kg 100 °C-os vizet. A hőmérséklet kiegyenlítődése után a közös hőmérséklet a fenti képlet alapján számolva

$$T_1 = \frac{1 \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 100}{\frac{7}{6}} = 14{,}28\ ^\circ\mathrm{C}$$

lesz. Öntsük most ki a lehűlt „vizet”, és töltsünk a helyére $\frac{1}{6}$ kg 100 °C-os vizet! Hőcsere után

$$T_2 = \frac{1 \cdot 14{,}28 + \frac{1}{6} \cdot 100}{\frac{7}{6}} = 26{,}53\ ^\circ\mathrm{C}$$

közös hőmérséklet alakul ki. Az eljárást tovább ismételve a 6. hőcsere után a gyógyvíz hőmérséklete $T_6 = 60{,}34$ °C, tehát a feladat kívánalmainak megfelelő lesz.

A feladatot általánosabban is tárgyalhatjuk. Ha nem 6, hanem tetszőleges n részre osztjuk a T_f hőmérsékletű „forróvizet”, és az egyes részeket egymás után termikus kapcsolatba hozzuk a kezdetben T_0 hőmérsékletű hideg vízzel, akkor az első hőcsere után a kialakuló közös T_1 hőmérsékletre a kalorimetrikus egyenlet így írható:

$$cm(T_1 - T_0) = c\,\frac{m}{n}(T_\mathrm{f} - T_1), \quad \text{ahonnan} \quad T_1 = \frac{T_\mathrm{f} + nT_0}{n+1}.$$

A második hőcsere után kialakuló hőmérséklet

$$T_2 = \frac{T_\mathrm{f} + nT_1}{n+1} = \frac{T_\mathrm{f}(2n+1) + n^2 T_0}{(n+1)^2},$$

és így tovább. Az n-edik lépés végén

$$T_n = \frac{(n+1)^{n-1} + n(n+1)^{n-2} + \ldots + n^{n-2}(n+1) + n^{n-1}}{(n+1)^n} T_\mathrm{f} + \left(\frac{n}{n+1}\right)^n T_0.$$

A képletben felfedezhető egy mértani sor, amelynek összegképletét beírva a végső hőmérsékletre a

$$T_n = \left(1 - \left(\frac{n}{n+1}\right)^n\right) T_\mathrm{f} + \left(\frac{n}{n+1}\right)^n T_0$$

eredményt kapjuk. ($n = 6$-ra visszakapjuk a korábban kiszámított 60,34 °C-os értéket; $n = 5$-nél viszont csak 59,8 °C, tehát 60 fok alatti érték adódik.)

Megjegyzés. Belátható, hogy n növelésével a végső hőmérséklet egyre nagyobb lesz, de tetszőlegesen nagy n-nél sem haladhatja meg a

$$T_\infty = \left(1 - \frac{1}{e}\right) T_\mathrm{f} + \frac{1}{e} T_0$$

hőmérsékletet. Ez a határérték a feladatban szereplő számoknál 63,2 °C, tehát alig nagyobb, mint a már $n = 6$ esetén is túllépett 60°C.