

Megoldás. a) Egy R sugarú, ϱ átlagsűrűségű kisbolygó tömege:

$$M = V\varrho = \frac{4\pi}{3}R^3\varrho.$$

A kisbolygó felszínén v sebességgel mozgó, m tömegű kis herceg „súlytalanságának” dinamikai feltétele az, hogy a gravitációs vonzóerő éppen biztosítani tudja az egyenletes körmozgást:

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_a^2}{R}.$$

A fenti két összefüggésből kifejezhető a kisbolygó sugara:

$$R = \sqrt{\frac{3v_a^2}{4\pi\gamma\varrho}} = 1,66 \text{ km.}$$

b) A szökési sebesség az a legkisebb sebesség, amellyel haladó test ki tud jutni a kisbolygó „gravitációs kútjából”. Ez akkor teljesül, ha a test $\frac{1}{2}mv_b^2$ mozgási energiájának és $-\gamma\frac{mM}{R}$ gravitációs potenciális energiájának összege nagyobb, mint a nagyon messze („végtelen távol”) levő test nulla potenciális energiája:

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \gamma\frac{mM}{R} \geq 0,$$

azaz

$$v_b \geq \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3}\gamma\pi\varrho R^2} = \sqrt{2}v_a = 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) A tengelye körül T idő alatt körbeforduló kisbolygó egyenlítőjén a kerületi sebesség:

$$v_k = \frac{2\pi R}{T} = 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ha a kis herceg az egyenlítő mentén v_c sebességgel „kelet” felé szalad, és fennáll, hogy $v_c + v_k = v_a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, akkor „súlytalanná” válik, a kisbolygó körül keringeni kezd. Ez akkor következik be, ha

$$v_c = v_a - v_k = 1,76 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$