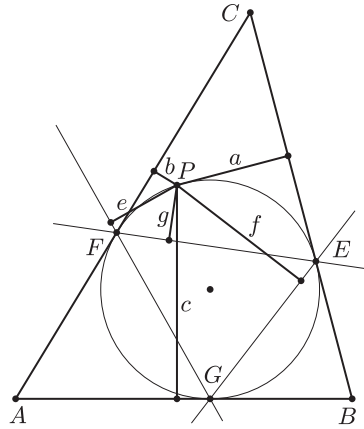
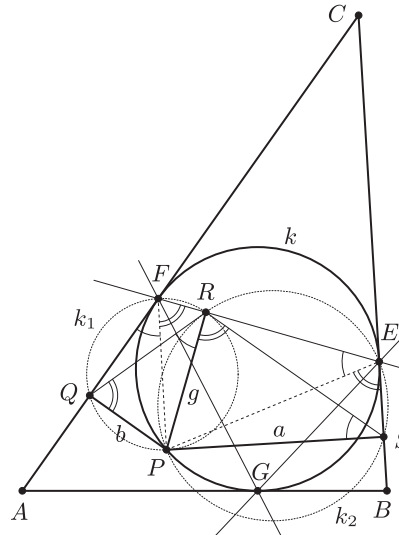


Megoldás. Elegendő belátnunk, hogy $g = \sqrt{ab}$, amiből már hasonlóan következik, hogy $e = \sqrt{bc}$ és $f = \sqrt{ac}$, és ezek szorzatából következik az állítás: $a \cdot b \cdot c = e \cdot f \cdot g$.



1. ábra

Legyenek a b, g, a távolságok talppontjai (2. ábra) Q, R és S . Azt fogjuk belátni, hogy a PQR és a PRS háromszögek hasonlóak. Ebből már következik az előbbi állítás.



2. ábra

A $PQFR$ és a $PRES$ négyszögek húrnégyszögek, mert két szemkötti szögük derékszög. A körjük írt körök legyenek k_1 és k_2 , a beírt kört pedig jelöljük k -val. A $\angle PRQ = \angle PFQ$, mert a k_1 körben a PQ húrhoz tartozó kerületi szögek. A $\angle PFQ$ a k körben a PF húrhoz tartozó érintő szárú kerületi szög, így egyenlő a $\angle FEP$ kerületi szöggel. Ez utóbbi szög egyben a k_2 körben a PR húrhoz tartozó $\angle REP$ kerületi szög, így megegyezik az $\angle RSP$ szöggel. Tehát $\angle PRQ = \angle RSP$.

Hasonlóan belátható, hogy az ábrán kétívessel jelölt szögek is egyenlőek: a k_1 körben $\angle PQR = \angle PFR$, mivel a PR húrhoz tartozó kerületi szögek, a k körben $\angle PFR = \angle PES$, mert a PE húrhoz tartozó kerületi, illetve érintő szárú kerületi szögek, és a k_2 körben $\angle PES = \angle PRS$, mivel a PS húrhoz tartozó kerületi szögek. Tehát $\angle PQR = \angle PRS$. Ebből már következik, hogy a PQR és a PRS háromszögek hasonlóak, tehát

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{b}{g} = \frac{g}{a}, \quad \text{amiből} \quad g = \sqrt{ab}.$$