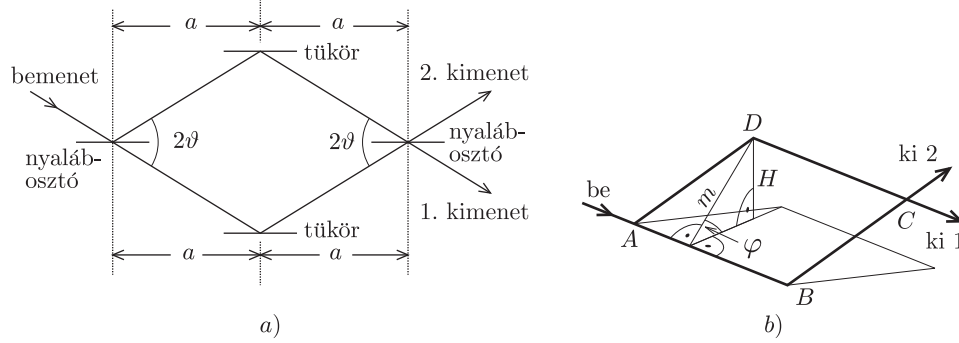


Megoldás.

Geometriai elrendezés

1.1. Az *1.a. ábráról* leolvasható, hogy az interferáló nyálábok által határolt rombusz átlói $2a$, illetve $2a \tan \vartheta$ hosszúságúak, így a keresett terület $A = 2a^2 \tan \vartheta$.

1.2. A 2ϑ szögű rombusz magassága $m = \frac{a}{\cos \vartheta} \sin(2\vartheta) = 2a \sin \vartheta$, tehát a keresett távolság: $H = m \sin \varphi = 2a \sin \vartheta \sin \varphi$ (*1.b. ábra*).



1. ábra

Optikai úthossz

1.3. A Föld nehézségi erőterében mozgó neutron gravitációs potenciális energiája növekszik, ha a neutron a vízszinteshez képest magasabb helyre kerül. Ennek következtében mozgási energiája, s vele együtt az impulzusa csökken, a hullámhossza tehát megnő. A feladatban közölt adatok szerint az interferáló neutronok tipikus hullámhossza $\lambda \approx 10^{-10}$ m nagyságrendű, ez azt jelenti, hogy sebességük

$$v = \frac{h}{\lambda M} \approx 4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ami jóval kisebb, mint a fénysebesség, tehát nem kell relativisztikus hatásokkal számolnunk.

Az *1.b. ábráról* látható, hogy az AD , illetve BC ferde szakaszok egymás vízszintes eltoltsjai, tehát az optikai úthosszkülönbségre csak az $L = \frac{a}{\cos \vartheta}$ hosszúságú vízszintes szakaszok adnak járulékot:

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{L}{\lambda_0} - \frac{L}{\lambda_1} = \frac{a}{\lambda_0 \cos \vartheta} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right),$$

ahol λ_0 , illetve λ_1 az AB , illetve CD szakaszon mérhető hullámhosszt jelöli.

A neutronok impulzusa $\frac{h}{\lambda}$, így az energiamegmaradás törvénye szerint

$$\frac{1}{2M} \left(\frac{h}{\lambda_0} \right)^2 = \frac{1}{2M} \left(\frac{h}{\lambda_1} \right)^2 + M g H,$$

ahonnan

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{1 - 2 \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H} \approx 1 - \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H.$$

(A legutolsó közelítésnél felhasználtuk, hogy $\frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H \approx 10^{-7} \ll 1$.)

Így az optikai úthosszkülönbségre azt kapjuk, hogy

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{a}{\lambda_0 \cos \vartheta} \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H = 2 \frac{g M^2}{h^2} a^2 \lambda_0 \tan \vartheta \sin \varphi.$$

1.4. A fenti eredmény az **1.2.** pontban kiszámolt A terület és a V térfogat segítségével az

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{\lambda_0 A}{V} \sin \varphi \quad \text{alakban írható, ahol} \quad V = 1,597 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3.$$

1.5. Intenzitásmaximum esetén az optikai úthosszak különbsége egész szám, $\Delta N_{\text{opt}} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, míg intenzitásminimum esetén félegész, $\Delta N_{\text{opt}} = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \dots$, így a ciklusok keresett n száma:

$$n = \Delta N_{\text{opt}} \Big|_{\varphi=-90^\circ}^{90^\circ} = \frac{2 \lambda_0 A}{V}.$$

Kísérleti adatok

1.6. A megadott $a = 3,6$ cm és $\vartheta = 22,1^\circ$ értékek mellett az interferométer területe $A = 10,53$ cm², így a keresett hullámhossz:

$$\lambda_0 = \frac{nV}{2A} = \frac{19 \cdot 1,597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 1,053 \cdot 10^{-3}} \text{ m} = 0,1441 \text{ nm} = 1,441 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

1.7. Ugyancsak az **1.5.** pontban levezetett képlet alapján $n = 30$ és $\lambda_0 = 0,2$ nm mellett a terület:

$$A = \frac{nV}{2\lambda_0} = \frac{30 \cdot 1,597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10}} \text{ m} = 11,98 \text{ cm}^2.$$