

Megoldás. Új ismeretlenként legyen $y = \log_2(x^2 + 2^x)$, ekkor $x^2 + 2^x = 2^y$; ezzel egyenletünk a $2^y - 2^x - x - 1 = 2^x - y$, illetve rendezés után a

$$2^y + y = 2^{x+1} + (x + 1)$$

alakot ölti. A $t \rightarrow t$ és $t \rightarrow 2^t$ függvények szigorúan monoton növekedők, ezért összegük is az. Az egyenlet bal, illetve jobb oldalán ennek a szigorúan monoton növekvő összegfüggvénynek az y , illetve $x + 1$ helyen fölvetett értéke áll; ezek pontosan akkor egyenlők, ha $y = x + 1$, azaz

$$\log_2(x^2 + 2^x) = x + 1.$$

A 2-nek megfelelő hatványait képezve és rendezve:

$$x^2 + 2^x = 2^{x+1}, \quad x^2 = 2^x,$$

vagyis $x > 0$ miatt $x = 2^{\frac{x}{2}}$. Itt az $x \rightarrow 2^{\frac{x}{2}}$ függvény grafikonja szigorúan konvex, az $x \rightarrow x$ függvény görbéje pedig egyenes. A két görbének ezért legfeljebb két közös pontja lehet, így az egyenletnek legfeljebb két megoldása van. Két megoldást viszont könnyen kitalálhatunk: $x_1 = 2$ és $x_2 = 4$ nyilván megoldások, és ezek szerint más megoldás nincsen.