

**I. megoldás.** Annak a valószínűsége, hogy  $n$  előadáson egyszer sem látja azt a szereposztást egy szereppárból, amit szeretne,  $\frac{1}{2^n}$ , mert összesen  $2^n$ -féleképpen sorsolhatják ki a szerepeket, és ebből csak egy esetben fordul elő, hogy mindig azt sorsolják ki, amit már látott. Tehát annak a valószínűsége, hogy legalább egyszer a megfelelő párosítást látja,  $1 - \frac{1}{2^n}$ . Mivel három párosítás van (és ezek sorsolása egymástól független), annak a valószínűsége, hogy mind a hármat látja a kívánt szereposztásban,  $\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)^3$ . Ez a valószínűség legalább 90%:  $\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)^3 \geq 0,9$ . Ezt átalakítva és rendezve:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2^n} &\geq \sqrt[3]{0,9}, \\ 1 - \sqrt[3]{0,9} &\geq \frac{1}{2^n}, \\ 2^n &\geq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{0,9}} \approx 28,9766, \\ n &\geq 5. \end{aligned}$$

Vagyis 5 előadásra kell még elmennie.

**II. megoldás.** Ismét annak a valószínűségét számoljuk ki, hogy  $n$  előadáson egyszer sem látja azt a szereposztást valamelyik szereppárból, amit szeretne. Ekkor valamelyik szereposztás-pár állandó. Három pár van, ezért ennek a valószínűsége  $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . Ekkor azonban kétszer számoltuk azokat az eseteket, amikor két pár is állandó marad, tehát ennek a valószínűségét a kapott eredményből le kell vonni. Viszont így azokat az eseteket is levontuk, amikor mindhárom pár állandó, így azt hozzá kell még adni:

$$p = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^n + \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^n.$$

Legyen  $\left(\frac{1}{2}\right)^n = x$ , ekkor

$$1 - (3x - 3x^2 + x^3) \geq 0,9, \quad (1 - x)^3 \geq 0,9.$$

Innen már az I. megoldásban látott számolás következik.