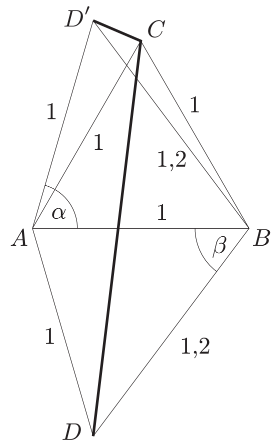
Megoldás. Először vizsgáljuk azt az esetet, amikor három egységnyi hosszúságú szakasz szabályos háromszöget alkot. Jelöljük e háromszög csúcsait A, B, C-vel. A negyedik pont legyen A-tól 1, B-től 1,2 távolságra. Az A-tól egységnyi távolságra lévő pontok egy körön vannak, hasonlóképpen a B-től 1,2 távolságra lévő pontok is egy körön vannak. A két kör nyilván 2 pontban metszi egymást, legyenek ezek D és D' az *ábra* szerint. Határozzuk meg mindkét esetben a hiányzó hatodik távolságot.



Az első esetben jelöljük az ABD szöget β-val, és írjuk fel az ABD háromszögben a koszinusz-tételt β-ra:

$$1^2 = 1^2 + 1{,}2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1{,}2 \cdot \cos\beta.$$

Innen $\cos\beta = \dfrac{1{,}44}{2{,}4} = 0{,}6$ és $\beta \approx 53{,}13^\circ$. Ezután írjuk fel a DCB háromszögben a koszinusz-tételt. Itt $CBD\sphericalangle = CBA\sphericalangle + ABD\sphericalangle \approx 60^\circ + 53{,}13^\circ = 113{,}13^\circ$.

$$DC^2 = 1^2 + 1{,}2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1{,}2 \cdot \cos 113{,}13^\circ.$$

Innen $DC^2 \approx 2{,}44 + 2{,}4 \cdot 0{,}3928 = 3{,}3827$, és $DC \approx 1{,}84$.

A másik esetben a $D'C$ távolságot kell meghatároznunk. Jelölje a $D'AB$ szöget α. Írjuk fel a koszinusz-tételt az ABD' háromszögre:

$$1{,}2^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot \cos\alpha, \qquad \cos\alpha = \frac{0{,}56}{2} = 0{,}28,$$

innen $\alpha \approx 73{,}74^\circ$ és $D'AC\sphericalangle = \alpha - 60^\circ \approx 13{,}74^\circ$.

Az ACD' háromszögben pedig

$$CD'^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot \cos 13{,}74^\circ,$$

azaz $CD' \approx 0{,}24$.

Végül, ha az egységnyi szakaszok nem alkotnak háromszöget, akkor egy négyszöget kapunk, melynek egyik átlója 1,2 egység, és minden oldala egységnyi. Mivel a négyszög rombusz, átlói merőlegesen felezik egymást. Felírhatjuk a derékszögű háromszögben a Pitagorasz-tételt:

$$x = \sqrt{1^2 - 0{,}6^2} = 0{,}8 \quad \text{és} \quad BD = 1{,}6.$$

A hiányzó hatodik szakasz hossza a pontok elhelyezkedésétől függően 1,84; 0,24 és 1,6 egység lehet.