

Megoldás. Ha $x, y \geq 0$, akkor $2(x + y) \leq x + y$, vagyis az egyetlen megoldása az egyenlőtlenségnek $x = y = 0$. Legyen most $x \geq 0$ és $y < 0$; ekkor $2|x + y| \leq x - y$. Emeljünk négyzetre:

$$4(x^2 + 2xy + y^2) \leq x^2 - 2xy + y^2.$$

Innen

$$3x^2 + 10xy + 3y^2 \leq 0.$$

Osszuk végig az egyenlőtlenséget $y^2 \neq 0$ -val, és vezessük be a $t = \frac{x}{y}$ változót; ekkor a következő másodfokú egyenlőtlenséghez jutunk:

$$3t^2 + 10t + 3 \leq 0;$$

a megfelelő egyenlet gyökei: $t_1 = -\frac{1}{3}$, $t_2 = -3$. Az utóbbi egyenlőtlenséget a $-3 \leq t \leq -\frac{1}{3}$ számok elégítik ki, esetünkben $-3 \leq \frac{x}{y} \leq -\frac{1}{3}$, azaz ($y < 0$ miatt)

$$(1) \quad -3x \leq y \leq -\frac{1}{3}x.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy $x < 0$ és $y \geq 0$ esetén a megoldás $-3y \leq x \leq -\frac{1}{3}y$, azaz

$$(2) \quad -\frac{1}{3}x \leq y \leq -3x.$$

Végül, ha $x < 0$ és $y < 0$, akkor a feltétel $-2(x + y) \leq -(x + y)$, azaz $0 \leq x + y$, ami lehetetlen.

A feladat megoldását tehát az

$$(1) \quad x \geq 0 > y, \quad -3x \leq y \leq -\frac{1}{3}x, \quad \text{illetve a}$$

$$(2) \quad x < 0 \leq y, \quad -\frac{1}{3}x \leq y \leq -3x$$

feltételeket kielégítő számpárok adják; a koordináta-rendszerben ábrázolva ezek éppen az $y = -\frac{1}{3}x$ és $y = -3x$ függvények grafikonjai által határolt két (hegyes) szögtartomány pontjainak felelnek meg.

