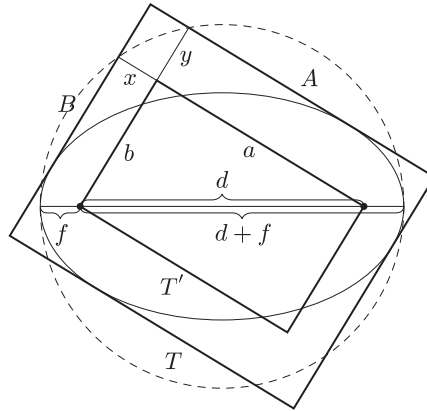


Megoldás. Tekintsünk egy tetszőleges ellipszist. Egyik fókuszának a nagytengely végpontjaitól vett távolsága legyen f , illetve $d + f$, ahol tehát d a két fókuszpont távolsága. Írjunk az ellipszis köré egy T téglalapot úgy, hogy a téglalap oldalai ne legyenek párhuzamosak az ellipszis tengelyeivel, majd húzzunk a fókuszpontokon át párhuzamosokat a téglalap oldalaival. Ezek egy kisebb T' téglalapot zárnak közre. T oldalait jelölje A, B , a T' megfelelő oldalai pedig legyenek a , illetve b . A fókuszpontoknak T oldalaitól mért távolsága legyen x és y úgy, hogy $A = a + 2x$ és $B = b + 2y$ (ábra).



Ismeretes, hogy ha az ellipszis egyik fókuszából annak egy érintőjére merőlegest állítunk, akkor a merőleges talponta az ellipszis főkörére (nagytengelye Thalesz-körére) esik. Ennek alapján látszik, hogy T' oldalegyenesei T oldalait a főkörön metszik. Ezért

$$x(a + x) = y(b + y) = f(d + f),$$

hiszen mindhárom szorzat a fókuszpont főkörre vonatkozó hatványa. A Pitagorasz-tétel szerint pedig $d^2 = a^2 + b^2$.

A körülírt téglalap oldalainak négyzetösszege:

$$A^2 + B^2 = (a + 2x)^2 + (b + 2y)^2 = a^2 + 4x(a + x) + b^2 + 4y(b + y) = d^2 + 8f(d + f)$$

csak az ellipszistől függő állandó. Ez egyenlő az ellipszis tengelyeinek négyzetösszegével, ami a tengelypárhuzamos téglalap esetén látható.

Ebből következik, hogy egy téglalappal pontosan akkor fedhető le az ellipszis, ha oldalai nem rövidebbek az ellipszis kistengelyénél, és az oldalainak négyzetösszege legalább akkora, mint az ellipszis ezen állandója. (Ugyanis az utóbbi feltételek esetén vagy hosszabb a téglalap mindkét oldala az ellipszis nagytengelyénél, így triviális a fedés, vagy az ellipszisnek van két párhuzamos érintője, amelyek távolsága a téglalap egyik oldala, ekkor viszont a rá merőleges érintők távolsága legfeljebb akkora, mint a téglalap másik oldala, tehát most is lefedhető az ellipszis. A fordított irány is könnyen igazolható.)

Esetünkben (a decimétert tekintve hosszegységnek)

$$14^2 + 13^2 \geq 16^2 + 10^2,$$

és az oldalak hosszabbak a kistengelynél, vagyis a feltételek teljesülnek, tehát az asztal letakarható az adott terítővel.