

Megoldás. A folyamat során a pozitron és az elektron teljes (mozgási + nyugalmi) energiája alakul át a fotonok energiájává, összimpulzusuk pedig a fotonok összimpulzusával egyezik meg.

A pozitron sebessége összemérhető a fénysebességgel, ezért a relativisztikus energia- és impulzus-képleteket kell alkalmaznunk. Ha a pozitron nyugalmi tömegét m -mel jelöljük (ugyanekkora az elektron nyugalmi tömege is), akkor a pozitron összenergiája:

$$E_+ = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{4}mc^2,$$

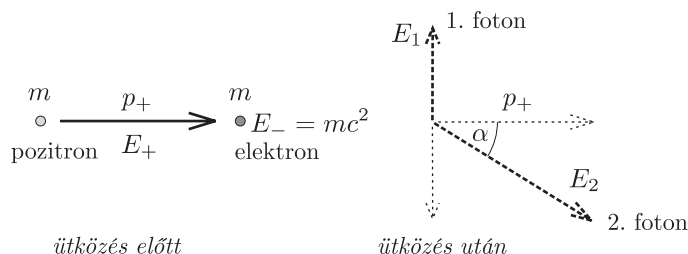
impulzusa pedig:

$$p_+ = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{3}{4}mc.$$

A nyugvó elektron energiája:

$$E_- = mc^2,$$

impulzusa pedig nulla.



Ha a keletkező fotonok energiáját E_1 -gyel, illetve E_2 -vel jelöljük, az impulzusuk

$$p_1 = \frac{E_1}{c} \quad \text{és} \quad p_2 = \frac{E_2}{c}.$$

Ha az 1. számú foton mozog a pozitron mozgásirányára merőlegesen, a 2. számú pedig a pozitron mozgásirányához viszonyított α szögben (lásd az *ábrát!*), akkor az energia- és impulzusmegmaradás egyenletei:

$$(1) \quad E_1 + E_2 = E_+ + E_- = \frac{9}{4}mc^2,$$

$$(2) \quad \frac{E_1}{c} = \frac{E_2}{c} \sin \alpha,$$

$$(3) \quad \frac{E_2}{c} \cos \alpha = p_+ = \frac{3}{4}mc.$$

E_1 -t (2)-ből kifejezve és (1)-be helyettesítve kapjuk:

$$(4) \quad E_2(1 + \sin \alpha) = \frac{9}{4}mc^2,$$

(3)-ból pedig:

$$(5) \quad E_2 \cos \alpha = \frac{3}{4}mc^2.$$

A fenti két egyenletet elosztva egymással

$$\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$$

adódik, ami így is írható:

$$\frac{1 + \sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} = 3.$$

Ebből megkapjuk a 2. foton impulzusának irányát:

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad \alpha = 53,1^\circ,$$

továbbá (2)-ből kiszámíthatjuk a fotonok energiájának arányát:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4}{5}.$$