

Megoldás. Jelölje a négyszög csúcsait A, B, C, D , a merőlegesek talppontjait A', B', C' és D' , a négyszög átlóinak metszéspontját pedig K . Az $AA'K$ derékszögű háromszögben

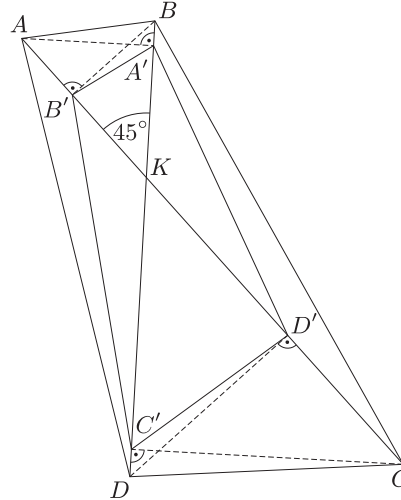
$$\cos 45^\circ = \frac{KA'}{KA}, \quad \text{amiből} \quad KA' = \frac{\sqrt{2}}{2}KA.$$

Hasonlóan

$$KB' = \frac{\sqrt{2}}{2}KB, \quad KC' = \frac{\sqrt{2}}{2}KC$$

és

$$KD' = \frac{\sqrt{2}}{2}KD.$$



$D'KA'\triangle \sim DKA\triangle$, mivel két oldaluk aránya és az általuk közbezárt szög megegyezik. A hasonlósági arány pedig $\frac{\sqrt{2}}{2}$, a két háromszög területének aránya ennek négyzete, vagyis $\frac{1}{2}$.

Ugyanígy $A'KB'\triangle \sim AKB\triangle$, $B'KC'\triangle \sim BKC\triangle$ és $C'KD'\triangle \sim CKD\triangle$, mindhárom esetben $\frac{\sqrt{2}}{2}$ a hasonlóság, $\frac{1}{2}$ pedig a területek aránya.

Mivel $A'B'C'D'$ területe a négy kis háromszög, $ABCD$ területe pedig a négy nagy háromszög területének összege, a négyszögek területének aránya is $\frac{1}{2}$.