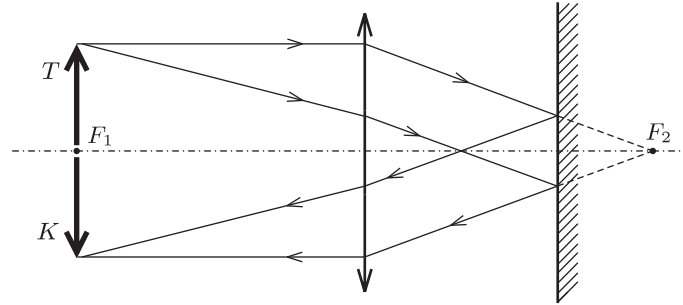


Megoldás. Első ránézésre is látszik, hogy ha helyettesíthető ez a lencse + síktükör együttes egyetlen homorú tükörrel, akkor annak geometriai középpontja ott lesz, ahol most a lencse egyik, F_1 fókuszpontja van. Ha ugyanis ebbe a fókuszba helyezünk egy világító, pontszerű fényforrást, akkor az innen kiinduló fénysugarak a lencsén való áthaladás után az optikai tengellyel párhuzamosan haladnak, merőlegesen érik el a tükör síkját, utána önmagukba verődnek vissza. A síktükrőről visszavert sugarak újra elérik a lencsét s azon megtörve a lencse előbbi, F_1 fókuszpontja felé tartanak. Gömbtükör esetén pedig a gömb $O_{\text{tükör}}$ középpontjából kiinduló fénysugarak verődnek úgy vissza, hogy ugyanezen pont felé tartanak.

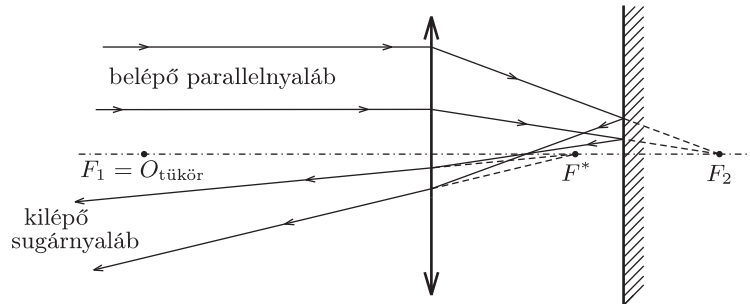
Könnyen megszerkeszthetjük annak a tárgynak a képét, amelyet a lencse fókuszpontjába állítottunk (10. ábra).



10. ábra

Fordított állású, a tárggyal megegyező nagyságú, valódi kép keletkezik a tárgy „helyén”. $F_1 = O_{\text{tükör}}$ tehát, és ez független attól, milyen ℓ távolságra van a síktükör a lencsétől.

a) Anna 20 cm-re helyezte el a tükröt az $f = 30$ cm fókusztávolságú lencse mögé. Hogyan határoznánk meg Anna helyében legegyszerűbben a leképező rendszer F^* fókuszpontjának a helyét? Úgy, hogy az optikai tengellyel párhuzamos fénynyalábot bocsátanánk a lencsére, és megnéznénk, hogy mi a „tartópontja” annak a sugárnyalábnak, amely ebből a párhuzamos nyalábból keletkezik, miután megtörik a lencsén, visszaverődik a síktükrön, majd újra áthalad a lencsén (11. ábra). Biztosak lehetünk abban, hogy F^* helye már nemcsak f -től, hanem ℓ -től is függeni fog.



11. ábra

Kövessük Anna gondolatmenetét!

A belépő paralelnyaláb a lencse mögött 30 cm-re lévő F_2 fókuszpont felé tart, miután megtörik a lencsén. Ráesik a lencsétől 20 cm-re lévő síktükrőre, s mivel a tükör mögött 10 cm-re lévő F_2 pont felé tartott, ezért a tükrőről visszaverődve a tükör előtt 10 cm-re lévő ponton fog áthaladni. Ez a pont $t = 10$ cm-re van a lencsétől; keressük meg egy ilyen távol lévő tárgy képét!

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{k} = \frac{1}{30},$$

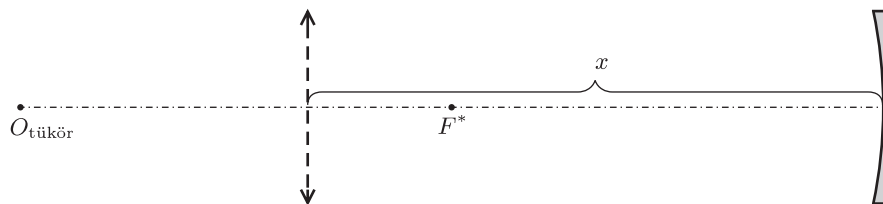
amiből $k = -15$ cm adódik. Látszólagos kép keletkezik, ez azt jelenti, hogy a lencséből olyan sugárnyaláb fog kilépni, amelynek „tartópontja” egy, a lencse mögött 15 cm-re lévő pont. Ez tehát a leképező rendszer F^* fókuszpontja!

Annának tehát a helyettesítő homorú tükör egy újabb jellemző pontját sikerült megtalálnia. Mivel a homorú tükör fókuszpontja éppen a gömb sugarának közepén van, ezért a fókusztávolságot úgy is megkaphatja, hogy az F^* fókuszpont és a korábban már megtalált $O_{\text{tükör}}$ geometriai középpont távolságát határozza meg:

$$f^* = F^*O_{\text{tükör}} = 30 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 45 \text{ cm}.$$

Hová, a lencse hült helyétől mekkora x távolságra kell tenni ezt a homorú gömbtükröt? Mivel F^* 15 cm-re van attól a ponttól, ahol a lencse állt, ezért a keresett távolság (12. ábra):

$$x = 15 \text{ cm} + 45 \text{ cm} = 60 \text{ cm}.$$



12. ábra

b) Balázs is követi Anna gondolatmenetét, de paraméteresen határozza meg a kért mennyiségeket. Az F^* fókuszpont helyének meghatározása:

$$t = \ell - (f - \ell) = 2\ell - f,$$

$$\frac{1}{2\ell - f} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}, \quad \text{ahonnan} \quad k = \frac{(2\ell - f)f}{2\ell - 2f} < 0.$$

A keresett tükör fókusz távolsága:

$$f^* = f + |k| = f - k = \dots = \frac{f^2}{2(f - \ell)} > 0.$$

A homorú tükör távolsága a lencse helyétől:

$$x = 2f^* - f = \dots = \frac{f\ell}{f - \ell} > 0.$$

c) Cecília felismerése: $f > \ell$ kell legyen, mert a feladatban azt kellett megvizsgálni, hogy *homorú* gömbtükörrel lehet-e helyettesíteni a (lencse + síktükör) leképező rendszert. Ezen kívül azt is Cecíliának kell észrevennie, hogy Anna és Balázs megoldása csak a tárgyter meghatározott tartományára érvényes. Jelen esetben azokra a tárgypontokra, amelyek a lencsének a síktükörrel ellentétes oldalán helyezkednek el. Dehát ez természetesen teljesül, ha valódi tárgyat képez le az optikai rendszer.

Megjegyzés. A lencse + síktükör rendszer leképezése úgy is vizsgálható, hogy a lencsének és a lencse tükörképének, mint két lencséből álló lencserendszernek a leképezését követjük végig, majd a kapott képet visszatükrözzük a síktükörrel. Ezért is meglepő, hogy a leképezés végülis egyetlen homorú tükörrel helyettesíthető, hiszen egymástól távol elhelyezkedő két lencse leképezése sohase helyettesíthető egyetlen lencse adta képpel. A vékonylencse síkja helyett két fősík jelenik meg, s csak az ezektől mért t , k és f távolságokra lehet felírni a leképezési törvényt.

Nos, a mi esetünkben a két lencse fókusz távolsága egyenlő, ilyenkor a fősíkok is szimmetrikusan helyezkednek el, s amikor a szerkesztés végén a képet (és a képoldali fősíkot is) visszatükrözzük, a két fősík egybe fog esni! Az ide, a fősíkok közös helyére elhelyezett gömbtükörrel ekkor már helyettesíthető lesz a lencséből és a síktükörből álló rendszer.

A fősíkokkal történő leképezés nem középiskolai, hanem főiskolai, egyetemi tananyag; ennek ellenére volt olyan versenyző, aki ezt a gondolatmenetet próbálta meg követni. Hasonlóképpen egyetemi tananyag az úgynevezett „mátrixoptika” is, amellyel *Pálfalvi László* mutatja meg e feladat megoldását a 179. oldalon.