

Megoldás. A bizonyítandó egyenlőtlenségben legyen $a_1 = b_1 + 1, a_2 = b_2 + 1, \dots, a_n = b_n + 1$. Ekkor a $b_1, b_2, \dots, b_n$ számok mindegyike nemnegatív, és az egyenlőtlenség, amit igazolnunk kell, a következő:

$$(b_1 + 2)(b_2 + 2) \dots (b_n + 2) \geq 2^{n-1}(b_1 + b_2 + \dots + b_n + 2).$$

A bal oldali szorzatban n darab tényező szerepel. Osszunk 2^n -nel, ekkor azt kapjuk, hogy:

$$\prod_{i=1}^n (c_i + 1) \geq 1 + \sum_{i=1}^n c_i,$$

ahol $\frac{b_i}{2} = c_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Ez nyilván teljesül, hiszen a bal oldali szorzatban szerepelni fog $1 + \sum_{i=1}^n c_i$, és még azon kívül más tagok is (a c_i számokból képezett, legalább két tényezőből álló szorzatok), amelyek nemnegatívak. Mivel végig ekvivalens átalakításokat végeztünk, az első egyenlőtlenség is igaz. Egyenlőség pontosan akkor teljesül, ha $c_i = 0$ (minden $i = 1, 2, \dots, n$ -re), azaz ha $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1$.