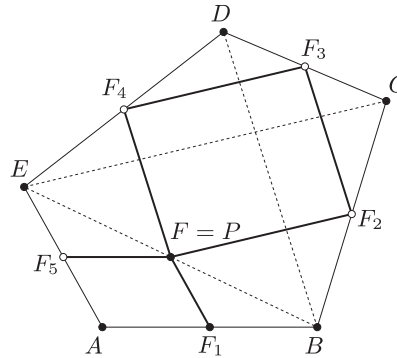


I. megoldás. Legyen F a BE szakasz felezőpontja. Az FF_4 szakasz az EBD háromszög középvonala, így párhuzamos BD -vel és fele olyan hosszú. Hasonlóan F_2F_3 a CBD háromszög középvonala, így ugyancsak párhuzamos BD -vel és fele olyan hosszú.



Tehát FF_4 és F_2F_3 párhuzamosak és egyenlőek egymással, így $FF_2F_3F_4$ paralelogramma, azaz $F = P$. A PF_1 szakasz az ABE háromszög középvonala, így párhuzamos AE -vel és fele olyan hosszú, azaz PF_1 párhuzamos és egyenlő F_5A -val. Tehát a PF_5AF_1 négyszög paralelogramma.

II. megoldás. Irányítsunk a P pontból vektorokat az ötszög csúcsaihoz, legyenek ezek rendre $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$. Mivel $PF_2F_3F_4$ paralelogramma, $\vec{PF_3} = \vec{PF_2} + \vec{PF_4}$, vagyis

$$\frac{\vec{c} + \vec{d}}{2} = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{2} + \frac{\vec{d} + \vec{e}}{2},$$

amiből $\vec{b} + \vec{e} = 0$. A bizonyítandó állítás: $\vec{d} = \vec{PF_1} + \vec{PF_5}$, vagyis

$$\vec{d} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} + \frac{\vec{a} + \vec{e}}{2} = \vec{a} + \frac{\vec{b} + \vec{e}}{2},$$

de $\vec{b} + \vec{e} = 0$, így az állítás igaz, tehát a PF_5AF_1 négyszög paralelogramma.

