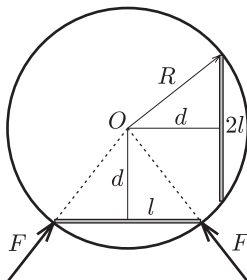


Megoldás. Kezdetben a rúd tömegközéppontja a kör O középpontjával azonos magasságban volt, a rúd vízszintes helyzetében pedig az *ábrán* látható d -vel mélyebben lesz;

$$(1) \quad d = \sqrt{R^2 - l^2}$$

a rúd középpontjának a kör középpontjától mért távolsága.



A munkatétel szerint

$$(2) \quad mgd = \frac{1}{2} \Theta \omega^2,$$

ahol ω a rúd szögsebessége a legmélyebb helyzetében, Θ pedig a forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka. Ez utóbbi a Steiner-tétel alapján számítható:

$$(3) \quad \Theta = \frac{1}{12} ml^2 + md^2.$$

Az (1), (2) és (3) összefüggésekből a szögsebesség négyzetét kifejezhetjük:

$$(4) \quad \omega^2 = 2g \frac{\sqrt{R^2 - l^2}}{R^2 - \frac{2}{3} l^2}.$$

Írjuk fel a rúd tömegközéppontjára vonatkozó mozgásegyenletet a rúd vízszintes helyzeténél! A rúd végpontjainál a körpálya fala bizonyos nagyságú erőt fejt ki a rúdra; ezek az erők a súrlódásmentesség miatt sugár irányúak, és a nagyságuk ugyanakkora F kell legyen. (A kényszererők nagysága azért egyforma, mert a rúd tömegközéppontja a legmélyebb helyzetében vízszintes irányban nem gyorsul.) A rúdra ható eredő erő az mg nehézségi erőnek és a kényszererők $F \frac{d}{R}$ nagyságú függőleges komponenseinek előjeles összege. A mozgásegyenlet tehát

$$2F \frac{d}{R} - mg = md\omega^2,$$

ahonnan (1) és (4) felhasználásával algebrai átalakítások után a nyomóerőre végül

$$F = \frac{mgR}{2\sqrt{R^2 - l^2}} \cdot \frac{9R^2 - 8l^2}{3R^2 - 2l^2}$$

adódik.