

I. megoldás. Egy pont lehet csak a feltételnek megfelelő. Mutatunk egy ilyen pontrendszert, egy O középpontú egység sugarú körvonalon jelöljük ki egy $\frac{\pi}{2}$ hosszúságú körívet, és annak belsejében 2005 pontot. Ezek közül bármely kettő O -val együtt egy olyan egyenlőszárú háromszöget határoz meg, amelynek O -nál lévő szöge is kisebb, mint 90° .

Két ilyen pont viszont már nem lehet, mert hozzájuk másik kettőt választva, a négy pont által meghatározott összes háromszögnek hegyesszögűnek kellene lennie. Ez viszont nem lehetséges: Ha négy pont egy konvex négyszöget alkot, akkor annak valamelyik szöge tompaszög vagy derékszög. Ha pedig a négy pont közül valamelyik a másik három alkotta háromszögben fekszik, akkor e pontból legfeljebb egy oldal látszik hegyesszög alatt.

Megjegyzés. Mutassunk olyan pontrendszert is, amelyben nincs olyan pont, amely bármely másik kettővel hegyesszögű háromszöget alkotna.

A feladatnak arra a részére, hogy legfeljebb két ilyen pont van, két másik bizonyítást is mutatunk.

II. megoldás. Tegyük föl, hogy P egy megfelelő pont. Ha A egy tőle különböző pont, akkor a P -ben a PA -ra állított merőlegesnek az A -t tartalmazó oldalára kell esnie mind a 2006 pontnak, mert egy túloldali B ponttal $APB < 90^\circ$ tompaszög lenne. Tehát P rajta van a 2006 pont konvex burkának kerületén.

A konvex buroknak a P -ben és a P -vel szomszédos két csúcsában egyaránt hegyesszögnek kell lennie. Viszont egy konvex sokszögnek legfeljebb három hegyesszöge van. Így ha a konvex buroknak legalább négy csúcsa van, akkor P -n kívül nem lehet más pont megfelelő.

Ha viszont a konvex burok háromszög, akkor egyik csúcs se lehet megfelelő, ugyanis egy háromszög belső pontjából legfeljebb az egyik oldal látszik hegyesszögben.

Tehát legfeljebb egy megfelelő pont lehet a 2006 között.

III. megoldás. Tegyük fel, hogy az adott pontok közül A és B is rendelkezik a megkívánt tulajdonsággal. Állítsunk merőlegest az AB szakaszra a két végpontjában. A többi pontnak a két egyenes között kell lennie. Vegyük az AB szakasz mindkét oldalán az AB -től legtávolabb eső pontot (ha több van, közülük az egyiket). Legyenek ezek C és D . Ekkor az összes pont benne van az ábrán látható 4 téglalap valamelyikében. Viszont mindegyik téglalap benne van az átlójának a Thalész-körében, így a benne fekvő pont az átló két végpontjával együtt tompaszögű (vagy derékszögű) háromszöget határoz meg. Ez viszont ellentmond feltevésünknek, így legfeljebb egy megfelelő pont lehet a 2006 között.

