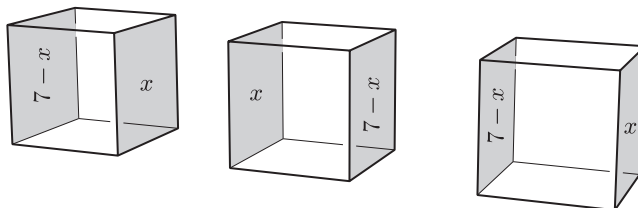


I. megoldás. Egy szabályos dobókockán bármely két szemközti lapon összesen 7 pötty van.

Vegyünk egy tetszőleges külső kis kockát és ennek egy külső lapját. Ha ezen a lapon levő pöttyök száma x , akkor a vele szemben fekvő lapon $7 - x$ pötty található. A feladat szerint azon a lapon, ami a $(7 - x)$ -es lappal illeszkedik, ugyancsak $7 - x$ pötty található. Az ezzel szemben fekvő lapon $7 - (7 - x) = x$, az ezzel a lappal illeszkedő lapon szintén x , végül a vele illeszkedő lapon ismét $7 - x$ pötty található (lásd az *ábrát*).



Észrevehető, hogy ez a legutóbbi lap a nagy kocka felszínén van, és egyértelműen megfeleltethető az eredeti kis kocka lapjának, mivel azzal szemben fekszik. Tehát a nagy kocka külsején levő $6 \cdot 3^2 = 54$ kis lap párokba rendezhető úgy, hogy minden lap pontosan egy párban szerepel és a párokban levő lapokon található pöttyök számának összege 7. Mivel $\frac{54}{2} = 27$ ilyen pár van, a kocka felszínén összesen $27 \cdot 7 = 189$ pötty van.

Megjegyzés. Hasonló módon igazolható, hogy egy $(2n + 1) \times (2m + 1) \times (2k + 1)$ -es, a feladatbeli tulajdonsággal rendelkező téglatest felszínén található pöttyök száma

$$7 \cdot [(2n + 1)(2m + 1) + (2n + 1)(2k + 1) + (2m + 1)(2k + 1)].$$

II. megoldás. Egy szabályos dobókocka felszínén oldalpáronként 7 pötty van összesen, és a dobókockán három oldalpár van. Egy dobókockán tehát $3 \cdot 7 = 21$ pötty van, 27 kockán összesen $27 \cdot 21 = 567$. Ebből a számból kell levonni az összeragasztott lapokon található pöttyök számát.

Vegyünk három egymás mellé ragasztott kockát. A középső kockának a leragasztott oldalain összesen 7 pötty van. A másik két kockának a két leragasztott lapja ugyanannyi pöttyöt takar le, mint a középső kocka két leragasztott lapja, azaz szintén 7 pöttyöt. Egy kockahármas tehát 14 pöttyöt takar el.

A nagy kocka szemben fekvő lappárjainak mindegyike 9, összesen 27 ilyen kockahármas határoznak meg, így a letakart pöttyök száma $27 \cdot 14 = 378$.

A nagy kocka felszínén tehát összesen $567 - 378 = 189$ pötty van.