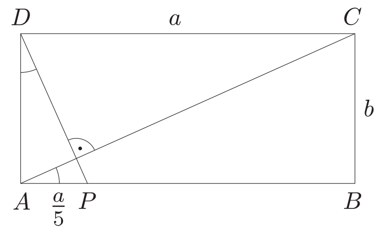
I. megoldás. Az $ADP\sphericalangle = CAB\sphericalangle$ merőleges szárú szögek. Az ACB és DPA háromszögeknek két szöge egyenlő, azaz a két háromszög hasonló. Így a megfelelő oldalaik aránya egyenlő, vagyis:

$$\frac{\frac{a}{5}}{b} = \frac{b}{a}, \quad \text{azaz} \quad a^2 = 5b^2.$$



A $T = ab = 100\sqrt{5}$ összefüggésből $a = \dfrac{100\sqrt{5}}{b}$, ezt a fenti egyenletbe behelyettesítve kapjuk, hogy $\dfrac{50\,000}{b^2} = 5b^2$, azaz $b^4 = 10\,000$. Csak a $b = 10$ lehet a megfelelő, mert hosszúságról van szó. Ekkor $a = 10\sqrt{5}$. A téglalap kerülete: $K = 2a + 2b = 20\sqrt{5} + 20$.

II. megoldás. Vegyünk fel egy koordinátarendszert, melyben az A pont az origó, az AB oldal az x tengelyre, az AD oldal az y tengelyre illeszkedik. Így a pontok koordinátái: $A(0;0)$, $B(b;0)$, $D(0;d)$, $C(b;d)$; $(b, d > 0)$, mivel $ABCD$ téglalap.

A P pont az AB oldal A-hoz legközelebbi ötödölő pontja, ezért $P\left(\dfrac{b}{5};0\right)$. Mivel $\overrightarrow{PD} \perp \overrightarrow{AC}$, a skaláris szorzatuk 0. E vektorok koordinátái: $\overrightarrow{PD}\left(-\dfrac{b}{5};d\right)$, $\overrightarrow{AC}(b;d)$.

Tehát

$$\overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{b^2}{5} + d^2 = 0, \quad \text{azaz} \quad b^2 = 5d^2.$$

Mivel az $ABCD$ területe $T = bd = 100\sqrt{5}$, azért $b = \dfrac{100\sqrt{5}}{d}$. Ezt behelyettesítve: $\left(\dfrac{100\sqrt{5}}{d}\right)^2 = 5d^2$, amiből csak $d = 10$ $(d > 0)$ lehet. Az $ABCD$ kerülete:

$$K = 2(b+d) = 2\left(\frac{100\sqrt{5}}{d} + d\right) = \frac{200\sqrt{5}}{d} + 2d = 20\sqrt{5} + 20.$$

Tehát a téglalap kerülete $20\sqrt{5} + 20 \approx 64{,}72$.