

Megoldás. Alkalmazzuk a következő azonosságokat:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2), \quad \text{illetve} \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

majd végezzük el a műveleteket az egyszerűsítendő törtben:

$$\begin{aligned} \frac{(x+2)^3 + (y+x)^3}{(x+2)^3 - (y-2)^3} &= \frac{(x+2+y+x) \cdot [(x+2)^2 - (x+2)(y+x) + (y+x)^2]}{(x+2-y+2) \cdot [(x+2)^2 + (x+2)(y-2) + (y-2)^2]} = \\ &= \frac{(2x+y+2)(x^2+4x+4-xy-x^2-2y-2x+y^2+2xy+x^2)}{(x-y+4)(x^2+4x+4+xy+2y-2x-4+y^2-4y+4)} = \\ &= \frac{2x+y+2}{x-y+4} \cdot \frac{x^2+2x+4+xy-2y+y^2}{x^2+2x+4+xy-2y+y^2} = \frac{2x+y+2}{x-y+4}. \end{aligned}$$

Ági „vicce bejött”, a végeredmény jó. Természetesen általában nem lehet így egyszerűsíteni.

Megjegyzések. 1. *Szilágyi Lilla* azt is észrevette, hogy Ági akkor is „viccelődhetett” volna, ha a 2-es helyett tetszőleges b szerepel a feladatban:

$$\begin{aligned} \frac{(x+b)^3 + (y+x)^3}{(x+b)^3 - (y-b)^3} &= \frac{(x+b+y+x) \cdot (x^2+2bx+b^2-xy-by-x^2-bx+y^2+2xy+x^2)}{(x+b-y+x) \cdot (x^2+2bx+b^2+xy+by-bx-b^2+y^2-2xy+b^2)} = \\ &= \frac{2x+y+b}{x-y+2b} \cdot \frac{x^2+bx+b^2+xy-by+y^2}{x^2+bx+b^2+xy-by+y^2} = \frac{2x+y+b}{x-y+2b}. \end{aligned}$$

Az ilyen átalakítás lehetősége azon múlik, hogy

$$\frac{A^3 + B^3}{A^3 - (B-A)^3} = \frac{A+B}{A-(B-A)} = \frac{A+B}{2A-B}.$$

2. A feladat szövege megmozgatta a megoldók fantáziáját. Voltak akik azt is észrevételezték, hogy április elseje szombatra esett, így Ágiék nem gyakorolhatták az algebrai átalakításokat matematikaórán. Természetesen ezek a megjegyzések nem helytállóak, hiszen a feladat szövegéből nem derült ki, hogy az órára melyik évben került sor.