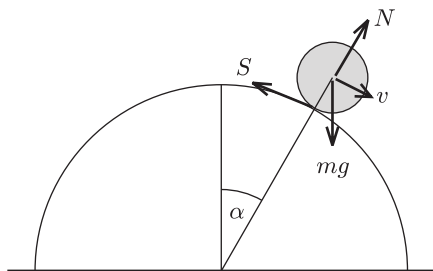


Megoldás. Legyen a félgömb középpontját a golyó középpontjával összekötő egyenes és a függőleges hajlásszöge α (lásd az *ábrát*)! A golyó tömegközéppontjának sebességét v -vel, érintő irányú gyorsulását a -val, a felületek közötti nyomóerőt pedig N -nel jelöljük.



A golyó megcsúszásának pillanatában a súrlódási erő $S = \mu N$, így a mozgásegyenletek:

$$(1) \quad mg \sin \alpha - \mu N = ma,$$

$$(2) \quad m \frac{v^2}{R+r} = mg \cos \alpha - N.$$

A forgómozgásra vonatkozó mozgásegyenlet:

$$(3) \quad \Theta \frac{a}{r} = \mu N r,$$

ahol $\Theta = \frac{2}{5} m r^2$ a homogén tömegeloszlású golyó tehetetlenségi nyomatéka.

Megjegyzés. A (3) egyenlet felírásánál felhasználtuk, hogy a golyó a megcsúszás pillanatáig tisztán gördül, vagyis a golyó félgömbbel érintkező pontjának pillanatnyi sebessége nulla: $v - r\omega = 0$, ahol ω a golyó szögsebessége. Innen kapjuk, hogy $\omega = \frac{v}{r}$, a golyó szöggyorsulása pedig $\frac{a}{r}$ nagyságú.

Tudjuk továbbá, hogy a megcsúszás pillanatáig a golyó mechanikai energiája megmarad:

$$(4) \quad \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \Theta \left(\frac{v}{r} \right)^2 = mg(R+r)(1 - \cos \alpha).$$

Az (1) és (3) egyenletekből

$$a = \frac{5}{7} g \sin \alpha,$$

(2)-ből és (4)-ből pedig

$$N = mg \left(\frac{17}{7} \cos \alpha - \frac{10}{7} \right).$$

Ezeket (3)-ba helyettesítve a megcsúszás helyzetét jellemző α szög és a súrlódási együttható között az alábbi összefüggést kapjuk: $2 \sin \alpha = 17\mu \cos \alpha - 10\mu$. Négyzetre emelés után $\cos \alpha$ -ra másodfokú egyenlet adódik:

$$(289\mu^2 + 4) \cos^2 \alpha - 340\mu^2 \cos \alpha + (100\mu^2 - 4) = 0,$$

melynek számunkra érdekes (a kisebb α szöghöz tartozó) megoldása a megadott súrlódási együtthatóval számolva: $\cos \alpha \approx 0,87$, azaz $\alpha \approx 29^\circ$.

A súrlódási erő a megcsúszás pillanatában:

$$S = \mu N = \mu mg \left(\frac{17}{7} \cos \alpha - \frac{10}{7} \right) \approx 20,4 \text{ N.}$$

Megjegyzés. Érdekes, hogy a megcsúszás szöge csak a súrlódási együtthatótól függ, a golyó és a félgömb méretarányától *nem*!