

Megoldás. Rendezzük át az egyenlőtlenséget, hozzunk közös nevezőre és alakítsunk szorzattá:

$$\frac{x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + y - x \geq 0,$$

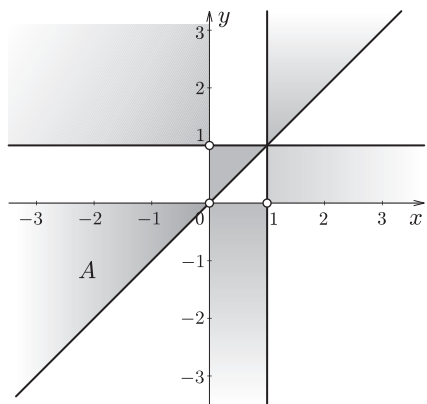
$$\frac{x^2 - y^2 + y - x + xy^2 - x^2y}{xy} \geq 0,$$

$$\frac{(x - y)(x + y - 1 - xy)}{xy} \geq 0,$$

$$\frac{(x - y)(x - 1)(1 - y)}{xy} \geq 0.$$

A tört számlálójában és nevezőjében összesen 5 tényező van, értéke pontosan akkor lesz nemnegatív, ha ezek között 0, 2 vagy 4, vagyis páros sok negatív van; vagy a számláló valamelyik tényezője 0.

Ha a koordinátarendszerben ábrázoljuk az $Ax + By + C = 0$ egyenletű egyenest, akkor ez a síkot két félsíkra bontja, az egyik félsík pontjaira $Ax + By + C > 0$, a másik pontjaira pedig $Ax + By + C < 0$. Ezért esetünkben ábrázolni kell az egyeneseket, melyeknek egyenlete: $y = x$, $x = 1$, $y = 1$, $x = 0$, $y = 0$.



Ezek az egyenesek a síkot az *ábrán* látható módon 12 részre osztják. Megvizsgálva az egyes részeket, besatíroztuk azokat, amelyekre teljesül az egyenlőtlenség. Az $x = 0$ és $y = 0$ egyenesek nem tartoznak a jó halmazba, mert a nevező nem lehet 0; de az $y = x$, $x = 1$, $y = 1$ egyenesek hozzátartoznak, mert a számláló lehet 0.

A szomszédos síkrészek váltakozva jók vagy rosszak, mert egy egyenes egyik oldaláról a másik oldalára lépve, pontosan egy tényező előjele változik meg.

Megjegyzés. Sokan megfeledkeztek arról, hogy $xy \neq 0$, ők legfeljebb 2 pontot kaptak. Voltak, akik xy előjelének vizsgálata nélkül megszorozták az egyenlőtlenséget mindkét oldalát xy -nal, ők legfeljebb 1 pontot kaphattak.