

Megoldás. A mutatvány végrehajtásához természetesen nincs szükség természetfölötti képességekre. Az alábbiakban megadunk két, legalábbis részben különböző módszert az ötödik lap meghatározására.

1. módszer. A francia kártya lapjai négyféle színűek lehetnek, az öt kártya között tehát vannak azonos színűek. Az első kártya segítségével a segéd így közölheti az utolsónak hagyott kártya színét: megállapodhat a bűvésszel, hogy az utolsó, ötödik lap ugyanolyan színű lesz majd, mint az első.

Az egyes színeken belül számozzuk meg a lapokat a szokásos módon 1-től 13-ig: Ász: 1, Kettes: 2, ..., Tíz: 10, J: 11, Q: 12, K: 13. Ha az utolsónak átadandó lap sorszáma x , az első pedig y , akkor az első és az ötödik lap színe azonos, azért $1 \leq x \neq y \leq 13$. Megmutatjuk, hogy előzetes megállapodás után a második, harmadik és negyedik lap segítségével a segéd közölhet annyi információt, hogy a bűvész az y ismeretében meg tudja határozni x értékét és így magát az utolsó kártyalapot is.

Vegyük észre, hogy ha a színeket is rangsoroljuk, mondjuk a bridzsben szokásos treff, káró, kőr, pikk erősség szerint növekvően, és azonos színű lapok között a fenti számozást vesszük figyelembe, akkor bármely két kártyalap sorrendje egyértelműen eldönthető. Egy ilyen, úgynevezett lexikografikus rendezésben – amelyben a segéd és a bűvész jóelőre megállapodhatnak – a középső három kártyalap $3! = 6$ -féle sorrendben adható át, a segéd tehát 6-féle információt, vagyis megfelelő előzetes megállapodás szerint egy 1 és 6 közé eső s egész számot közölhet a bűvésszel. Az y és az s segítségével próbálhatja meg a segéd a bűvésszel tudatni x értékét.

Hatféle szám ehhez kevésnek látszik, hiszen az y ismeretében az x még 12-féle értéket vehet föl. Első ránézésre egyáltalán nem világos, miképpen csökkenthető a felére a lehetőségek száma. Azon múlik a dolog, hogy a segéd a két egyszínű kártyalap közül eldöntheti, melyiket adja át elsőnek és melyiket utoljára, így pedig megfelelő előzetes megállapodás után ezzel is közölhet információt. Egy lehetőség a következő.

Legyen a két szélsőnek választott egyszínű kártyalap számértéke a és b , ahol $a < b$. Ekkor $1 \leq b - a \leq 12$, különböztessünk meg tehát két esetet aszerint, hogy ez a különbség kisebb-e 7-nél (ez hat lehetőség) vagy pedig nem (ez is hat lehetőség). Az első esetben legyen $y = a$ és $s = b - a$, végül $x = b$, a másodikban pedig legyen $y = b$, $s = 13 - (b - a)$ és $x = a$. Mindkét esetben nyilván $1 \leq s \leq 6$, továbbá x , tehát az ötödiknek átadott kártyalap számértéke éppen az $y + s$ összeg maradéka 13-mal osztva.

Úgy is fogalmazhatjuk a dolgot, hogy ha a kártyalapok számozását ciklikusan folytatjuk mod 13, tehát például a 14-es is Ászt jelent, a 15-ös Kettést, és így tovább, akkor a két érték, a és b egyikéhez legfeljebb 6-ot adva megkapjuk a másik lap számértékét – esetleg 13-mal eltolva. Ha a segéd ezt a lapot adja át elsőnek, akkor a következő három lap sorrendjével közölheti s értékét a bűvésszel, aki az $y + s$ összeg 13-as maradékát kiszámolva megkapja az ötödik lap x számértékét.

2. módszer. Ha az első négy között van egy azonosítható „viszonyítási kártyalap”, akkor a leírt ciklikus számozás ötletével közvetlenül is a felére csökkenthető a lehetőségek száma. A fenti rendezés alapján például a kártyalapok megszámozhatók az 1-től 52-ig terjedő egész számokkal, Treff Ász: 1-től Pikk Király: 52-ig. Az első négy átadott lapnak a fenti rendezésben $4! = 24$ -féle sorrendje van, ezt kihasználva s 1-től 24-ig bármilyen egész szám lehet. A négy átadott kártyalapon kívül 48 lehetőség van, ezek egyikét kell azonosítani az s 24-féle értéke segítségével.

A feleknek tehát csak abban kell megállapodniuk, hogy hogyan ismeri föl a bűvész ezt a „viszonyítási kártyalapot”. Legyen ez a négy, adott sorrendben átadott kártyalap közül a legnagyobb sorszámu. Ez nem függ a négy lap átadásának a sorrendjétől, ezzel a sorrenddel tehát a segéd nyugodtan közölheti az s értékét. Ha az öt lap számozása $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$, akkor ismét két esetet különböztetünk meg. Ha $a_5 - a_4 \leq 24$, akkor legyen az a_5 az utoljára hagyott lap. Ekkor ha $s = a_5 - a_4$, a trükk sikerül, hiszen a bűvész ki tudja választani a_4 -et, mint a négy átadott lap legnagyobbikát, a négy lap sorrendje alapján pedig megkapja s értékét. Ha pedig $a_5 - a_4 \geq 25$, akkor a rendezés miatt $a_5 - a_1 \geq 28$ és így a legnagyobb és a legkisebb kártyalap ciklikus távolsága, $s = a_1 + 52 - a_5 \leq 24$. Ekkor a segéd az a_1 -et hagyja a végére, a bűvész pedig a_5 és s értékéből megkapja a_1 -et, mint az $a_5 + s$ összeg maradékát 52-vel osztva.