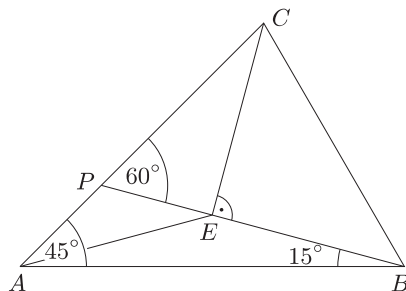


I. megoldás. Állítsunk merőlegest a C pontból a PB szakaszra, ennek talppontja legyen E . A CEP derékszögű háromszögben $CPE\angle = PAB\angle + PBA\angle = 60^\circ$,

így $PCE\angle = 30^\circ$, és $PE = \frac{PC}{2}$. Mivel PA is $\frac{PC}{2}$ -vel egyenlő, azért $PE = PA$, vagyis az APE háromszög egyenlő szárú. Így ebben a háromszögben

$$PAE\angle = PEA\angle = \frac{CPE\angle}{2} = 30^\circ.$$

Ezért $CE = EA$. Mivel $EAB\angle = PAB\angle - PAE\angle = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$, és $EBA\angle = 15^\circ$, azért az AEB háromszög is egyenlő szárú, vagyis $EA = EB$. Azt kaptuk tehát, hogy $CE = EA = EB$, vagyis a CEB háromszög szintén egyenlő szárú, és mivel az E csúcsnál derékszög van, $CBE\angle = BCE\angle = 45^\circ$. Ezek alapján $ACB\angle = PCE\angle + BCE\angle = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ (1. ábra).



1. ábra

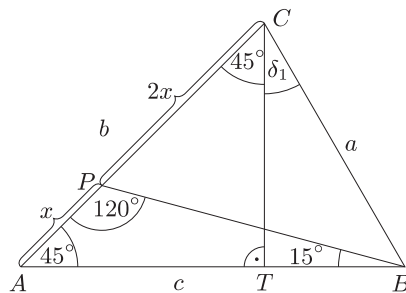
II. megoldás. Jelölje x a b oldal harmadát, T a C pontból az AB oldalra bocsátott merőleges talppontját, végül $\delta_1 := BCT\angle$ (2. ábra). Ekkor $TCA\angle$ is 45° , az ATC derékszögű háromszög egyenlő szárú, $AT = TC = 3x \frac{\sqrt{2}}{2}$. Írjuk fel az ABP háromszögben a szinusztételt:

$$\begin{aligned} \frac{c}{x} &= \frac{\sin 120^\circ}{\sin (45^\circ - 30^\circ)} = \frac{\sin 120^\circ}{\sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ} = \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} = \frac{\sqrt{18} + \sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

Innen $c = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} x$, $TB = AB - AT = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} x - 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} x$. A CTB háromszögben felírva a δ_1 szög tangensét:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{TB}{TC} = \frac{x \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}}{3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Innen $\delta_1 = 30^\circ$, így $ABC\angle = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$.



2. ábra