

I. megoldás. Elég azt bizonyítani, hogy van a társaságban 16 ember úgy, hogy közülük bármely kettő ismeri egymást. Ekkor ugyanis közülük valakinek ismernie kell a fennmaradó 15 résztvevő mindegyikét; a társaságnak ez a tagja tehát mindenkit ismer.

Ennek igazolásához pedig n szerinti indukcióval azt bizonyítjuk, hogy minden $2 \leq n \leq 16$ esetén van a társaságban n ember úgy, hogy közülük bármely kettő ismeri egymást. Ez $n = 2$ esetén nyilvánvaló, ha pedig $2 \leq n < 16$ esetén már tudjuk, hogy van a társaságban n megfelelő ember, akkor őket további $15 - n$ résztvevővel kiegészítve, van a társaságban valaki, aki mind a 15 -öt ismeri. A szóban forgó n résztvevővel együtt ez $n + 1$ ember, akik közül bármely kettő ismeri egymást.

II. megoldás. Nyissunk az összejöveteleken két termet, és tetszés szerint küldjünk be 15 embert az egyikbe, a maradék 16-ot pedig a másikba. Ezután mindig abból a teremből küldünk át egyvalakit a másikba, ahol éppen 1-gyel többen vannak, a következő módon. A feladat feltétele szerint van a társaságnak olyan tagja, aki mindenkit ismer a 15 fős teremből. Kiválasztunk egy ilyen embert, és átküldjük a 16 fős teremből a másikba. Vegyük észre, hogy ha valaki már egyszer átkerült egy terembe, akkor ott mindenkit ismerni fog (azt is, aki csak később kerül oda, hiszen az csak úgy jöhet át, ha a teremből mindenkit ismer). Ha valaki visszakerül oda, ahol eredetileg volt, akkor – az eddigiek szerint – mindkét teremből mindenkit ismer, azaz az összejöveteleken résztvevők mindegyikét ismeri. Tehát elég megmutatnunk, hogy biztosan lesz valaki, aki kétszer cserél termet. Mivel összesen 31-en vannak, azért (a skatulya-elv szerint) az első 32 átküldés során lesz olyan ember, aki kétszer is átkerül másik terembe, és éppen ezt kellett bizonyítanunk.