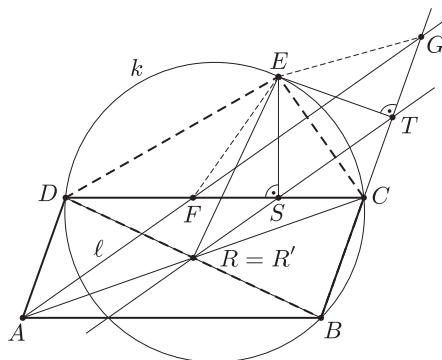


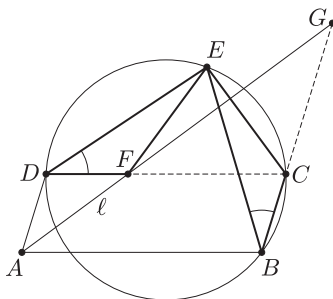
Hujter Bálint megoldása. A $BCED$ körülírt köre legyen k , a CG szakasz felezőpontja (egyben az E -ből CG -re állított merőleges talppontja) T , hasonlóan az FC felezőpontja (ami az E -ből FC -re állított merőleges talppontja) S , az E -ből a DB egyenesre emelt merőleges talppontja R , végül az ST és az AC egyenes metszéspontja R' .

Megmutatjuk, hogy $R' = R$, és ez a pont az $ABCD$ paralelogramma középpontja.

Az S, T, R pontok egy egyenesen, a BCD háromszög E -hez tartozó Simson-egyenesén vannak. Alkalmazzunk 2-szeres nagyítást a C -ből; ennek során T képe G , S képe F . A Simson-egyenes képe ezért ℓ , így R' képe A ; vagyis R' az AC szakasz felezőpontja. Az R' a DB szakasz felezőpontjaként a Simson-egyenesnek DB -vel alkotott metszéspontja, ezért egybeesik R -rel.



Az ER szakasz merőlegesen felezi a DB -t, azaz $EB = ED$. Így az EDF és EBC háromszögek két-két oldala (ED és EB , illetve EF és EC) egyenlő, és megegyeznek az EF és EC oldalakkal szemközt szögek is, hiszen $EDF \sphericalangle$ és $EBC \sphericalangle$ egyaránt ugyanahhoz az EC ívhez tartozó kerületi szög k -ban. Mivel $DFE \sphericalangle$ az egyenlő szárú EFC háromszög alapon fekvő – tehát hegyes – EFC szögének külső szöge, azért $DFE \sphericalangle > 90^\circ$, és hasonlóan $BCE \sphericalangle > 90^\circ$. Tehát a tompaszögű EDF és EBC háromszögek egybevágóak; $DF = BC$.



A paralelogramma párhuzamos oldalai miatt az ADF és a GCF háromszögek megfelelő szögei egyenlők, e két háromszög hasonló, ezért $\frac{GC}{FC} = \frac{AD}{DF}$. Így $AD = BC = DF$ miatt $GC = FC$, vagyis az FCG (és a hozzá hasonló FDA) háromszög egyenlő szárú. A paralelogramma párhuzamos AB és DC oldalai révén az ABG háromszög is hasonló FCG -hez, így ugyancsak egyenlő szárú. Tehát $DAF \sphericalangle = DFA \sphericalangle = CFG \sphericalangle = CGF \sphericalangle = FAB \sphericalangle$.