

Megoldás. Számozzuk meg a lámpás kereszteződéseket a haladási irány szerint 1-től 8-ig. Ha nincs két egymást követő piros jelzés, akkor az utunk során kapott tilos jelek száma legfeljebb 4 lehet. Legyen $0 \leq p \leq 4$, és jelölje a_p azon lehetőségek számát, amikor éppen p a piros jelzések száma, és semelyik kettő nem szomszédos közülük. Összesen p megadott helyen a piros jelek együttes bekövetkezésének a valószínűsége $0,4^p$, a többi $(8-p)$ helyen pedig a nem-piros jelek együttes előfordulásának valószínűsége $0,6^{8-p}$. Így a feladat kérdésére adandó válasz:

$$0,6^8 a_0 + 0,6^7 \cdot 0,4^1 a_1 + 0,6^6 \cdot 0,4^2 a_2 + 0,6^5 \cdot 0,4^3 a_3 + 0,6^4 \cdot 0,4^4 a_4;$$

ehhez már csak az a_i értékeket kell meghatároznunk. A feladatnak ezt a részét oldjuk meg általánosan. Legyen n az 1-nél nagyobb egész szám, p pedig az $\frac{n}{2}$ -nél nem nagyobb természetes szám. Tegyük fel, hogy

$$1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_p \leq n,$$

és a k_i számok közül semelyik kettő nem szomszédos, azaz $k_{i+1} - k_i \geq 2$. Ekkor

$$1 \leq k_1 < k_2 - 1 < k_3 - 2 < \dots < k_p - (p-1) \leq n - p + 1,$$

és megfordítva: ha $1 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_p \leq n-p+1$, akkor a $k_1 = t_1, k_2 = t_2+1, k_3 = t_3+2, \dots, k_p = t_p+p-1$ számok között nincsenek szomszédosak. Tehát a_p az $1, 2, \dots, n-p+1$ számokból kiválasztható p -esek száma, $\binom{n-p+1}{p}$. A keresett valószínűség ennek alapján

$$0,6^8 + 8 \cdot 0,6^7 \cdot 0,4^1 + 21 \cdot 0,6^6 \cdot 0,4^2 + 20 \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^3 + 5 \cdot 0,6^4 \cdot 0,4^4 \approx 0,38.$$