

Megoldás. *a)* Az elforduló rúd végén levő töltések elektrosztatikus energiája megváltozik. A rendszer teljes potenciális energiájának csökkenése a mozgási energiák összegével fog megegyezni. Ez akkor a legnagyobb, amikor az elektrosztatikus potenciális energia a legkisebb, vagyis amikor a szigetelő rúd az eredeti (instabil) egyensúlyi helyzetéhez képest 180° -ot fordult el.

Ha a tengelyhez közelebbi golyó maximális sebességét v -vel jelöljük, akkor a távolabbi golyó sebessége $3v$ lesz. A rúd átfordulása során az egyik golyó $\frac{1}{2}L$, a másik pedig az előzővel ellentétes irányban $\frac{3}{2}L$ távolsággal mozdul el, a rendszer potenciális energiája tehát

$$\frac{3}{2}LQE - \frac{1}{2}LQE = LQE$$

értékkel csökken. A munkatétel szerint

$$LQE = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m(3v)^2, \quad \text{ahonnan} \quad v = \sqrt{\frac{QEL}{5m}}.$$

b) A rúd stabil egyensúlyi helyzete az lesz, ahol a potenciális energia minimális, ez pedig éppen az előző kérdésben szereplő, az instabil egyensúllyal ellentétes beállású állapot. A két töltött golyóra a homogén elektromos mező olyan erőhatást fejt ki, mintha $g' = QE/m$ nagyságú, vízszintes irányú gravitációs gyorsulás lenne jelen. Ebben a „gravitációs mezőben” a rendszer mint fizikai inga kis amplitúdójú lengéseket végezhet, ezek periódusideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{2mg's}}, \quad \text{ahol} \quad \Theta = m\left(\frac{3L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}mL^2$$

a rendszer tehetetlenségi nyomatéka a forgástengelyre vonatkoztatva, $2m$ a teljes tömeg, $s = L/4$ pedig a forgástengely és a tömegközéppont távolsága. Ezeket az adatokat a lengésidő képletébe helyettesítve végül

$$T = \pi\sqrt{\frac{5mL}{QE}}$$

adódik.