

**Megoldás.** a) A  $CA$  folyamat izobár, ezért a  $C$  pont rajta van a  $p = p_0$  egyenesen. A körfolyamat hasznos munkája a gáz által végzett munka, tehát az  $ABC$  háromszög területe. Ez a terület (rögzített  $A$  és  $B$  esetén) akkor maximális, ha a  $C$  állapotbeli  $V_1$  térfogat a lehető legnagyobb. Mivel a  $BC$  folyamat során a hőmérséklet végig csökken, továbbá a hőmérséklet a  $pV$  szorzattal arányos, ezt a szorzatot érdemes meghatároznunk  $V$  függvényében:

$$pV = \left[ \frac{3p_0}{4V_0 - V_1}(V - 4V_0) + 4p_0 \right] V = aV^2 + bV.$$

Ez ( $a < 0$  miatt) egy lefelé nyíló parabolát ír le (1. ábra), melynek maximuma

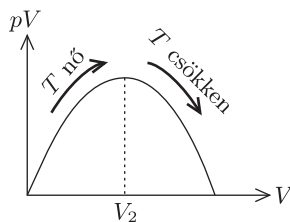
$$V_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{3}(V_1 - V_0).$$

Ha ez a térfogat nem nagyobb, mint  $V_B = 4V_0$ , akkor a  $BC$  folyamatban a hőmérséklet mindvégig csökkenni fog. Tehát fenn kell álljon, hogy

$$\frac{2}{3}(V_1 - V_0) \leq 4V_0, \quad \text{azaz} \quad V_1 \leq V_1^{\max} = 7V_0,$$

és így a hasznos munka legnagyobb értéke

$$W_{\max} = \frac{1}{2}3p_0(V_1^{\max} - V_0) = 9p_0V_0.$$



1. ábra

*Megjegyzés.* Ugyanezt az eredményt differenciálszámítás segítségével is megkaphatjuk. A  $B$  ponton áthaladó izoterma egyenlete  $pV = 16p_0V_0$ , melynek a  $B$  pontbeli érintőjének meredeksége  $-p_0/V_0$ . Ha a  $BC$  egyenes meredeksége nem nagyobb (abszolút értékben nem kisebb), mint az érintőé, vagyis  $V_C \leq 7V_0$ , akkor a  $BC$  folyamat során a hőmérséklet nem növekszik.

b) A hatásfok kiszámításához meg kell határoznunk, hogy a körfolyamat mely szakaszain történik hőfelvétel, illetve hőleadás. Az  $AB$  folyamat során a gáz hőmérséklete, tehát a belső energiája is nő, és még  $W_{AB} > 0$  munkát is végez, tehát biztosan hőt kell felvegyen:

$$Q_{AB} = \Delta E_{AB} + W_{AB} = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_A V_A) + \frac{1}{2}(p_B + p_A)(V_B - V_A) = 30p_0V_0 > 0.$$

A  $CA$  folyamatban a gázon munkát végez a környezete, ennek ellenére a belső energiája csökken, tehát biztosan hőt ad le:  $Q_{CA} < 0$ .

Nem ilyen egyszerű a helyzet a  $BC$  folyamattal. Kezdetben (a  $B$  állapot közelében) biztosan hőt vesz fel a gáz, hiszen a folyamat egy izoterma érintője mentén indul, tehát a belső energia nem változik, miközben a gáz munkát végez. Elképzelhető azonban, hogy a hőfelvétel a  $BC$  egyenesnek csak egy bizonyos  $D$  pontjáig tart, onnan kezdve a gáz hőt ad le.

A  $D$  pont helyzetét vagy az adiabaták meredekségének vizsgálatával határozhatjuk meg (hiszen a  $D$  pontban a  $BC$  egyenes éppen érinti a  $D$ -n áthaladó adiabatát), vagy az I. főtétel segítségével kaphatjuk meg. Tekintsük a gáz kicsiny  $\Delta V$  térfogatváltozását a  $BC$  egyenes mentén. A felvett hő:

$$\Delta Q = \frac{f}{2}\Delta(pV) + p\Delta V,$$

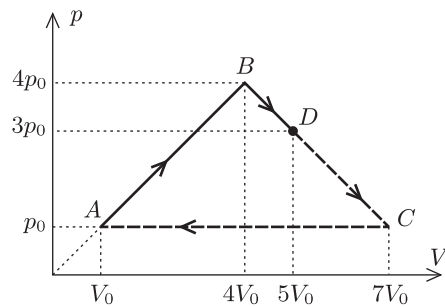
ahol  $p = aV + b$  és  $f = 3$ . Innen

$$\Delta Q = \frac{5}{2}(p\Delta V) + \frac{3}{2}(V\Delta p) > 0,$$

ami a korábban kapott  $a = -p_0/V_0$  és  $b = 8p_0$  behelyettesítése után a

$$V < V_D = 5V_0$$

feltételhez vezet.



2. ábra

A gáz tehát a  $BC$  szakasszal ábrázolt folyamatban csak a folytonos vonallal jelölt  $BD$  részen vesz fel hőt (2. ábra), és ennek nagysága

$$Q_{BD} = \Delta E_{BD} + W_{BD} = \frac{3}{2}(p_D V_D - p_B V_B) + \frac{1}{2}(p_B + p_D)(V_D - V_B) = 2p_0 V_0 > 0.$$

A körfolyamatot végző gép hatásfoka

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{fel}}} = \frac{W}{Q_{AB} + Q_{BD}} = \frac{9p_0 V_0}{30p_0 V_0 + 2p_0 V_0} = \frac{9}{32} \approx 28\%.$$