

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy a két erő támadási pontja közös. E két erő legyen p_1, p_2 , az általuk bezárt szög α és eredőjük p . A feladat követelménye, hogy

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \alpha = p_1p_2$$

legyen, tehát

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \right].$$

Minthogy $\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} > 1$, $\cos \alpha < 0$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$.

Azonban a $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ esetekben a két erő által bezárt szög tekinthető negatív forgással keletkező tompaszögnek is, úgy hogy mondhatjuk: α tompaszög.

Ismeretes, hogy ha a, b pozitív számok, akkor

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$

Eszerint

$$\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \geq 2,$$

és

$$\cos \alpha \leq -\frac{1}{2}, \quad 180^\circ \geq \alpha \geq 120^\circ,$$

azaz $\cos \alpha$ legnagyobb értéke $-\frac{1}{2}$, akkor áll elő, ha $p_1 = p_2$ és ekkor $\alpha = 120^\circ$ az α legkisebb értéke.

Minthogy kell, hogy $\cos \alpha \geq -1$ legyen, azért

$$\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \leq 3, \quad \text{vagyis} \quad p_1^2 + p_2^2 \leq 3p_1p_2$$

$$\text{ill.} \quad \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 - 3 \left(\frac{p_1}{p_2} \right) + 1 \leq 0.$$

Innen:

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \leq \frac{p_1}{p_2} \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

Ez a feltétele annak, hogy két erő eredője a mértani középarányosukkal lehessen egyenlő.

Egri György (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp.)

Jegyzet. A $\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \leq 3$ követelmény

$$p_1^2 - 2p_1p_2 + p_2^2 \leq p_1p_2, \quad \text{ill.} \quad |p_1 - p_2| \leq \sqrt{p_1p_2}$$

alakban is írható. $|p_1 - p_2|$ a két erő eredője, tekintet nélkül az irányra, ha szögük 180° ; tehát ebben az esetben kell, hogy $|p_1 - p_2|$ a két erő mértani középarányosával legyen egyenlő.