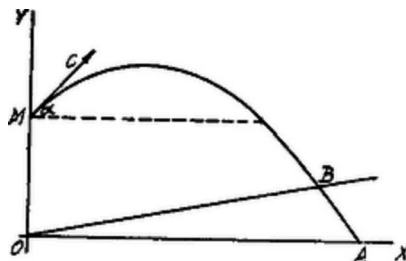


1⁰. Az elhajított golyó pályájának egyenlete:¹

$$(1) \quad y = -\frac{1}{2} \frac{g}{c^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \operatorname{tg} \alpha + h \dots$$

Az OB egyenes egyenlete:

$$(2) \quad y = x \operatorname{tg} \beta \dots$$



Keresnünk kell az 1) parabola és a 2) egyenes közös pontját. Ennek abszcissáját megadja az

$$x \operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{2} \frac{g}{c^2 \cos^2 \alpha} x + x \operatorname{tg} \alpha + h$$

ill.

$$(3) \quad \frac{1}{2} \frac{g}{c^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha) x - h = 0 \dots$$

egyenlet pozitív gyöke.² Ezt kiszámítva: $OB = \frac{x}{\cos \beta}$.

2⁰. OB értéke maximum lesz, amidőn x értéke is az. Hogy x maximális értékét megállapítsuk, ugyanúgy járunk el, mint a 606. feladatban: keressük, minő x értékekhez tartoznak egyáltalában α értékek. Ezen célból a 3) egyenletet $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ és $x = d$ helyettesítése után $\cos \alpha$ -ra nézve rendezzük és így keletkezik:³

$$(4) \quad 4c^4 [d^2 + (h - d \operatorname{tg} \beta)^2] \cos^4 \alpha - 4c^2 d^2 [g(h - d \operatorname{tg} \beta) + c^2] \cos^2 \alpha + g^2 d^4 = 0 \dots$$

Ezen egyenletnek valóságosak a gyökei, ha

$$[g(h - d \operatorname{tg} \beta) + c^2]^2 - g^2 [d^2 + (h - d \operatorname{tg} \beta)^2] \geq 0,$$

ill. a kijelölt műveletek végrehajtása és rendezés után

$$(5) \quad f(d) \equiv g^2 d^2 + 2c^2 g \operatorname{tg} \beta \cdot d - (c^4 + 2c^2 gh) \leq 0 \dots$$

Az egyenlőtlenség baloldala d -nek oly másodfokú függvénye, mely negatív az $f(d) = 0$ egyenlet gyökei között; ezen gyökök ellenkező előjelűek. Így 5) ki van elégítve, ha

$$(6) \quad 0 < d \leq \frac{1}{g} \left[-c^2 \operatorname{tg} \beta + c \sqrt{c^2 (\operatorname{tg}^2 \beta + 1) + 2gh} \right] \dots$$

Eszerint d legnagyobb értéke

$$(7) \quad D = \frac{c}{g} \left[-c \operatorname{tg} \beta + \sqrt{c^2 (\operatorname{tg}^2 \beta + 1) + 2gh} \right] \dots$$

és így $OB_{\max} = \frac{D}{\cos \beta}$.

$$\text{Ha } d = D, \text{ akkor } \cos^2 \alpha_m = \frac{D^2 [g(h - D \operatorname{tg} \beta) + c^2]}{2c^2 [D^2 + (h - D \operatorname{tg} \beta)^2]}.$$

¹ Részletesen kifejtve a 606. feladatban (XIII. évf. 289. o - azaz 1937/5. 289. old).

² A 3) egyenletnek gyökei valóságosak és ellenkező előjelűek.

³ Ha a 3)-ban x helyen d -t írunk, az így keletkező egyenlet abban különbözik a 606. feladat 1) egyenletétől, hogy h helyett $h - d \operatorname{tg} \beta$ áll; ezért a 4) és a következő összefüggések is abban különböznek a 606. feladat analóg összefüggéseitől, hogy h helyett $h - d \operatorname{tg} \beta$ áll.