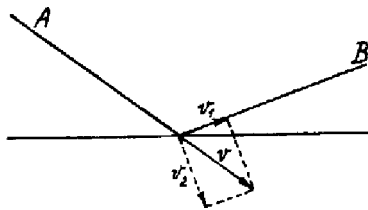


Az A lejtőn végigfutó m tömegű test v végsebességre tesz szert: $v = \sqrt{2gs \sin \alpha}$.



Ezen v sebességet felbontjuk két egymásra merőleges összetevőre; az egyik, v_1 a B lejtő irányában esik, a másik, v_2 az előbbire merőleges. A B lejtőn a v_1 kezdősebesség érvényesül:

$$v_1 = v \cos(\alpha + 30^\circ) = \sqrt{2gs \sin \alpha \cos^2(\alpha + 10^\circ)},$$

Az m tömegű pont a B lejtőn lehető legmagasabbra jut, ha v_1 értéke a legnagyobb. Vizsgálunk kell tehát, hogy az

$$y = \sin \alpha \cos^2(\alpha + 30^\circ)$$

függvény α mely értéke mellett lesz maximum?

$$\begin{aligned} y' &= \cos \alpha \cos^2(\alpha + 30^\circ) - 2 \sin \alpha \cos(\alpha + 30^\circ) \sin(\alpha + 30^\circ) = \\ &= \cos(\alpha + 30^\circ) [\cos \alpha \cos(\alpha + 30^\circ) - 2 \sin \alpha \sin(\alpha + 30^\circ)] = \\ &= \cos(\alpha + 30^\circ) \left[\frac{1}{2} \{ \cos(2\alpha + 30^\circ) + \cos 30^\circ \} - \{ \cos 30^\circ - \cos(2\alpha + 30^\circ) \} \right] = \\ &= \cos(\alpha + 30^\circ) \left[\frac{3}{2} \cos(2\alpha + 30^\circ) - \frac{1}{2} \cos 30^\circ \right] \end{aligned}$$

$y' = 0$, ha $\cos(\alpha + 30^\circ) = 0$, vagy ha a szögletes zárójelben foglalt kifejezés tűnik el.

I. $\cos(\alpha + 30^\circ) = 0$ mellett $\alpha + 30^\circ = 90^\circ$, $\alpha = 60^\circ$.

Ebben az esetben az A lejtő merőleges a B -re, $v_1 = 0$, azaz az m golyó nem fut fel a B lejtőre.¹

II. $\frac{3}{2} \cos(2\alpha + 30^\circ) - \frac{1}{2} \cos 30^\circ = 0$, ha

$$\cos(2\alpha + 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{6}, \quad \text{ill.} \quad \alpha = 21^\circ 36'.$$

Ezen a helyen y' pozitív értékekből megy át negatív értékekbe, tehát itt az y függvénynek maximuma van.²

A golyó a B lejtőn

$$v_1 = \sqrt{2gs \sin 21^\circ 36'} \cos 51^\circ 36' = \sqrt{2g \cdot 100 \sin 21^\circ 36' \cos 51^\circ 36'}$$

sebességgel indul el. Megáll akkor, ha

$$v_1 = g \sin 30^\circ \cdot t, \quad \text{azaz} \quad t = \frac{2v_1}{g} \text{ sec}$$

múlva. Ezen idő alatt megtett út:

$$\begin{aligned} s' &= v_1 t - \frac{1}{2} g \sin 30^\circ \cdot t^2 = \frac{2v_1^2}{g} - \frac{g}{4} \cdot \frac{4v_1^2}{g^2} = \frac{v_1^2}{g} \\ s' &= \frac{2g \cdot 100 \cdot \sin 21^\circ 36' \cos^2 51^\circ 36'}{g} = 200 \sin 21^\circ 36' \cos^2 51^\circ 36' \\ s' &\sim 28,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jegyzet. A megoldások nem fektetnek súlyt annak kimutatására, hogy az $\alpha = 21^\circ 36'$ érték mellett a vizsgált függvénynek valóban maximuma van.

¹ Akkor sem, ha $\alpha > 60^\circ$.

² Ha $\alpha < 21^\circ 36'$, akkor a $\frac{3}{2} \cos(2\alpha + 30^\circ) - \frac{1}{2} \cos 30^\circ$ különbség első tagja nagyobb, mint $\frac{1}{2} \cos 30^\circ$; ellenben kisebb akkor, ha $\alpha > 21^\circ 36'$.
 y' másik tényezője, t. i. $\cos(\alpha + 30^\circ) > 0$ az $\alpha = 21^\circ 36'$ környezetében.