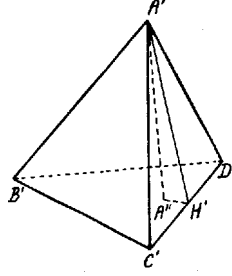


Az $ABCD$ tetraéder határlapjainak súlypontjai A', B', C', D' . Ezek oly tetraéder csúcsai, amely az adott $ABCD$ -hez hasonló és ennek térfogati súlypontjára nézve hasonló helyzetű; a hasonlóság aránya $1 : 3$.

Ebből következik, hogy az $ABCD$ tetraéder lapjaira merőleges erők az $A'B'C'D'$ tetraéder csúcsaiban hatnak a csúcsokkal szemköztli határlapokra merőlegesen, tehát az $A'B'C'D'$ tetraéder magasságainak irányában, mégpedig vagy mind a négy a lapok felé vagy evvel ellentétes irányban; nagyságra nézve pedig ugyancsak ezen határlapok területével arányosak.



Jelöljék a', b', c', d' a határlapok területét és ka', kb', kc', kd' az erők nagyságát. Az $A'B'C'D'$ tetraéder lapjainak hajlásszögét jelölje egyszerűen azon él, amelyben két-két lap metszi egymást. Két magasság hajlásszöge a megfelelő lapok hajlásszögének kiegészítő szöge.

Ezek tekintetbevételével az erők vetületeinek összege az $A'A''$ magasságon

$$\begin{aligned} ka' - kb' \cos \overline{C'D'} - kc' \cos \overline{B'D'} - kd' \cos \overline{B'C'} = \\ = k[a' - (b' \cos \overline{C'D'} + c' \cos \overline{B'D'} + d' \cos \overline{B'C'})]. \end{aligned}$$

A kis zárójelben foglalt összeg jelenti a b', c', d' területű határlapok vetületeinek összegét az a' területű határlapon; ezen összeg azonban éppen a' -vel egyenlő. Eszerint az erők vetületeinek összege az $A'A''$ magasságon zérus. Ugyanez érvényes mindegyik magasságra is. Ebből következik, hogy az erők vetületeinek összege egy triéder három éle mentén – mint egy térbeli koordináta-rendszer élei mentén – ugyancsak zérus és így az erők eredője is zérus.

Számítsuk ki már most az erőknek a tetraéder éleire vonatkozó forgató nyomatékainak összegét.

Tekintsük pl. a $C'D'$ élt. Két erő forgató nyomatéka zérus: az egyik a C' , a másik a D' ponton megy át. Az A' csúcson átmenő erő forgató nyomatéka (ábránk szerint)

$$M(ka') = ka' \cdot A''H' = ka' \cdot A'A'' \cotg \overline{C'D'}.$$

Ha a tetraéder térfogata V , akkor $3V = a' \cdot A'A''$,
tehát

$$M(ka') = 3k \cdot V \cdot \cotg \overline{C'D'}$$

A B' csúcson átmenő erő a $C'D'$ élre nézve ellenkező irányú forgást létesít és így

$$M(kb') = -3kV \cdot \cotg \overline{C'D'}$$

Látjuk tehát, hogy bármely élre vonatkozólag az erők forgató nyomatékának összege eltűnik, tehát ha egy triéder éleit koordináta-rendszer tengelyeinek tekintjük, ezekre vonatkozólag a forgató nyomatékok összege is zérus.

A 4 erő egyensúlyt tart.