I. megoldás. Vizsgáljuk meg, hogy egy adott pontszámot hányszor érhetünk el a játék során, hogy ezzel felkerüljünk a listára. Azt állítjuk, hogy ha $1 \le p \le 30$, akkor p pontot legfeljebb $(p-1)$-szer érhetünk el. Valóban, a játék folyamán egy adott pontszámnál nagyobb eredmények száma a listán nem csökken, és kezdetben $(31-p)$ darab $(p-1)$-esnél jobb eredmény szerepel a táblázaton. A játék programja pedig úgy működik, hogy ezek mind megelőzik a mi p pontunkat.

Mivel 1-nél kisebb pontszámmal nem kerülhetünk a listára, míg 30-nál nagyobb pontszámból 30 játék elég, azért

$$30+\sum_{p=1}^{30}(p-1)=465$$

játékot mindenképpen le kell játszanunk ahhoz, hogy már csak a mi nevünk szerepeljen a listán.

Most megmutatjuk, hogy ennyi játékra szükségünk is lehet, azaz alakulhat úgy a játékok sorozata, hogy csak a 465. játékkal foglaljuk el a teljes listát. Ha a fentiek szerint minden $p \le 30$ értékre éppen $(p-1)$-szer érjük el a p pontszámot, mégpedig növekvő sorrendben, majd ezek után harminc egymást követő alkalommal szerzünk 30-nál több pontot, akkor $(1+2+3+\ldots+29+30)=465$ játékot játszottunk, és csak az utolsó játékunk után tűnik el valamennyi álnév a listáról.

Legalább 465 játékot kell játszanunk, hogy biztosra menjünk, és ennyi elég is. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

II. megoldás. Pontosan akkor kerülünk fel a listára, ha az utolsó, 30. helyezettet megelőzzük. Ebből következik, hogy ha a lista változik, akkor a pontszámok összege legalább 1-gyel nő. Kezdetben ez az összeg 465. Ha 31-pontosnak tekintjük a 30-pontos fantázianevet megelőző eredményeinket, akkor amíg szerepel fantázianév a listán, az összpontszám nőni fog. 465 sikeres játékot követően az összpontszám legalább 930-ra nő, de $930=30\cdot 31$, azaz ekkor 30-as pontszám már nem szerepelhet a listán.

Azt, hogy 465 játékra szükség lehet, az előző megoldásban látottak szerint igazolhatjuk.

Megjegyzések. 1. A második megoldás gondolatmenetéből következik, hogy csak a második részben megadott játékeredmény-sorrendben lehet szükségünk 465 játékra, hiszen ha a pontszámösszeget nem 1-gyel növeljük valamelyik játék során, akkor előbb érjük el a 930-as határt.

2. A feladat statisztikája szerint kiemelkedően sok hiányos megoldás érkezett. A rengeteg 3-pontos dolgozat szerzői lényegében helyes megoldásuk első felét azzal a kijelentéssel gondolták letudni, hogy „elegendő a legrosszabb” esetet vizsgálni: „amikor a lehető legrosszabb eredménnyel kerülünk fel”. Valóban ez a „legrosszabb” eset, de hogy miért, arra éppen a *2. megoldás* világít rá. Hiába „látszik szemléletesen”, ennek bizonyítása lényeges része a feladatnak.