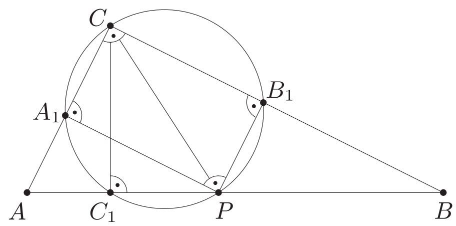
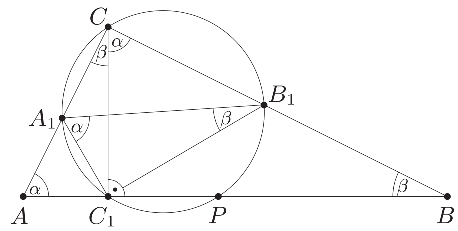
Megoldás. *a*) Az A_1PB_1C négyszög téglalap, mert az A_1, B_1 és C csúcsánál is derékszöge van. A téglalap köré írt körnek az A_1B_1 és a PC átló is átmérője (*1. ábra*). Mivel PC_1C derékszög, a Thalész-tétel megfordítása miatt a C_1 pont is rajta van a – PC átmérőjű – körön.



1. ábra

b) Legyen $CAB\sphericalangle = \alpha$ és $ABC\sphericalangle = \beta = 90° - \alpha$. Az AC_1C és BCC_1 derékszögű háromszögek szögeit összeszámolva kapjuk, hogy $C_1CA\sphericalangle = 90° - CAC_1\sphericalangle = 90° - \alpha = \beta$, illetve $BCC_1\sphericalangle = 90° - C_1BC\sphericalangle = 90° - \beta = \alpha$ (*2. ábra*).



2. ábra

Az $A_1C_1B_1C$ húrnégyszögben, mint láttuk, A_1B_1 a körülírt kör átmérője, ezért $A_1C_1B_1\sphericalangle = 90°$. A $B_1A_1C_1$ és B_1CC_1 szögek, illetve a $C_1B_1A_1$ és C_1CA_1 szögek azonos íven nyugvó kerületi szögek, ezért $B_1A_1C_1\sphericalangle = B_1CC_1\sphericalangle = BCC_1\sphericalangle = \alpha$ és $C_1B_1A_1\sphericalangle = C_1CA_1\sphericalangle = \beta$.

Az ABC és az $A_1B_1C_1$ háromszögek szögei megegyeznek: α, β és $90°$, a két háromszög tehát hasonló.